



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

硕士学位论文

(专业学位)

面向养护的高速公路
收费优化模型研究

姓名：伍洋洋

学号：1334586

所在院系：交通运输工程学院

职业类型：工程

专业领域：交通运输工程

指导教师：陈长 副教授

二〇一六年六月



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to
Tongji University in conformity with the requirements for
the degree of Master of Engineering

Maintenance Oriented Models of Highway Pricing

Candidate: Yangyang Wu

Student Number: 1334586

School: School of Transportation Engineering

Discipline: Engineering

Major: Transportation Engineering

Supervisor: A.P. Zhang Chen

June, 2016

面向养护的高速公路收费优化模型研究

伍洋洋

同济大学

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日

摘要

高速公路收费问题一直以来都是社会公众和广大学者关注的热点之一。高速公路收费的主要用于还贷、公司经营和道路养护。长期来看，还贷和公司经营均有期限，到期即止，而道路养护将会一直持续，故道路养护成本将是决定高速公路收费标准的重要因素。在实施已制定的高速公路收费方案后，道路使用者将做出出行行为选择，这些行为反过来会影响路面损坏情况，进而影响养护成本。本文通过建立数学模型定量模拟道路养护与高速公路收费之间的相互作用机理，探讨从高速公路养护的角度制定收费方案的优化模型。

本文首先通过分析影响道路使用者出行路径选择的因素，确定了由出行时间和道路收费构成的出行成本函数，并考虑出行成本对出行需求的影响，根据用户均衡的基本原则，以弹性需求下的用户均衡交通分配模型为基础，建立了收费—荷载分配模型，再通过数学推导证明了该模型与用户均衡条件之间的等效性以及模型解的唯一性，并通过改进 F-W 算法对模型进行求解，定量反映收费方案与车辆荷载分配之间的关系。

其次，借鉴路面管理系统中以路面性能指标的曲线下的面积表示路面维修效益的思想，提出了以初始路面性能指标值为上限和以路面性能指标曲线为下限所围成面积来定量描述路面损坏量的方法。依据同济大学路面使用性能衰变模型并运用积分等数学手段，建立了路网损坏—荷载分配模型，定量反映路网损坏与车辆荷载分配之间的关系。

最后，考虑到高速公路管理者和使用者在其共构的运作系统中地位不同，前者制定收费方案而后者只能被动接受收费方案，而收费方案会影响使用者的路径选择，路径选择反过来又会影响管理者制定收费方案，两者之间的策略和目标相互作用和影响。本文采用了双层规划定量描述上述关系，其中，上层通过收入损坏比来衡量高速公路管理的目标收益，下层则描述使用者在给定收费方案后的出行路径选择行为。同时，本文设计了遗传算法对该双层规划模型进行求解。

关键词：道路养护，高速公路收费，车辆荷载分配，路网损坏，双层规划

ABSTRACT

Pricing for tolled highways has always been the hot issue for both transportation researchers and the general public. In effect, there exists a bidirectional, mutual and dynamic interaction mechanism between road maintenance and highway toll. As the main purpose of highway toll, the fund of road maintenance mostly drives from highway charging, thus the road maintenance cost is one of the important factors to determine highway pricing. In the implementation of the established highway pricing, highway users can freely make the choice of the traveling behavior, which in turn will affect the road damage degree and then the maintenance cost. Because of the dynamic interaction mechanism between road maintenance and highway toll mentioned above, the optimal objective of the operating system composed of highway managers and users can be achieved by optimizing highway pricing. Therefore, this paper focuses on working out the highway pricing problem from the perspective of maintenance and in reference of the traditional methods of road congestion pricing.

Firstly, by analyzing the factors which impact the route choice of road users, the traveling cost function composed of travel time and highway charge is determined. Considering the effect of travel cost on travel demand and according to the basic principle of user equilibrium, the relational model between highway toll and assignment of vehicle load is established on the basis of the elasticity of demand of user equilibrium traffic assignment model. Then this paper proves the uniqueness of the solution and the user equilibrium conditions, and accomplishes the solving process through the improved F-W algorithm.

Next, with the inspiring idea of the pavement maintenance benefit in pavement management system, we put forward the way to quantitatively calculate the road damages, which is the surrounded area that initial pavement performance index value is the upper and the pavement performance index curve is the lower. According to the deterioration model of pavement performance, the relationship between road network damage and the assignment of vehicle load is established by using the mathematical methods such as integral.

Finally, taking into account the different status of the highway managers and users in the operation system, the former work out the highway pricing and the latter can only passively accept the highway pricing, which will affect the user's traveling behavior, and the traveling behavior will affect the manager in turn. In this paper, a bi-level programming

model is established to quantitatively describe the relationship described above. The income-damage ratio is used to measure the objective of highway management in upper layer, and the lower layer describes the users' traveling behavior in the given highway pricing. What's more, the genetic algorithm is designed to solve the bi level model.

Key Words: Road Maintenance, Highway Toll, Assignment of Vehicle Load, Road Network Damage, Bilevel Program

目录

摘要.....	I
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究的目的是和意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.2.1 道路收费的概念和分类.....	3
1.2.2 道路拥挤收费.....	3
1.2.3 车辆通行费.....	6
1.3 主要研究内容	8
第 2 章 双层规划概念模型.....	11
2.1 面向养护的高速公路收费决策问题分析	11
2.2 双层规划	12
2.2.1 双层规划模型概述.....	12
2.2.2 双层规划模型在道路收费中的应用.....	14
2.2.3 双层规划在收费优化中的适用性分析.....	14
2.3 构建收费优化的双层规划概念模型	16
2.3.1 构建下层概念模型.....	16
2.3.2 构建上层概念模型.....	17
2.3.3 收费优化的双层规划概念模型.....	17
2.4 本章小结	19
第 3 章 收费—荷载分配模型.....	21
3.1 经典的交通分配模型	21
3.1.1 用户均衡分配模型.....	23
3.1.2 系统最优分配模型.....	24
3.1.3 用户均衡分配模型与系统最优分配模型的关系.....	25
3.2 交通分配与荷载分配之间的关系	26
3.3 建立收费—荷载分配的数学模型	28
3.3.1 道路使用者的出行成本函数.....	28
3.3.2 数学规划模型.....	30
3.3.3 模型与用户均衡条件等价性证明.....	31
3.3.4 模型解的唯一性证明.....	34
3.3.5 模型的求解算法.....	36

3.4 本章小结	38
第 4 章 路网损坏—荷载分配模型.....	39
4.1 路面损坏评价	39
4.1.1 路面状况指数计算.....	39
4.1.2 路面使用性能衰变方程.....	40
4.2 建立路网损坏—荷载分配的数学模型	41
4.2.1 路网损坏的定量描述.....	41
4.2.2 模型的数学形式.....	43
4.2.3 简单算例.....	46
4.3 本章小结	48
第 5 章 双层规划数学模型及求解.....	49
5.1 双层规划模型的数学形式	49
5.1.1 下层模型的数学形式.....	49
5.1.2 上层模型的数学形式.....	49
5.1.3 收费优化的双层规划模型数学形式.....	50
5.2 模型的求解	52
5.2.1 遗传算法概述.....	52
5.2.2 遗传算法在求解模型中的应用.....	53
5.2.3 算例.....	55
5.3 本章小结	59
第 6 章 结论与展望.....	61
6.1 主要研究成果	61
6.2 下一步工作	61
致谢	63
参考文献	65
附录 A 模型求解 MATLAB 程序.....	69
个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果	73

第 1 章 绪论

1.1 研究的目的和意义

交通运输业是社会和国民经济发展的基础性产业，对国家和地区的发展至关重要。近年来，政府对交通运输类基础设施的投资力度不断加大，据国家统计局发布的《按行业固定资产投资报告》数据显示，2014 年我国交通运输类基础设施投资总额高达 42984 亿元，较上一年同比增长约 20%。以行车速度快、舒适性好、安全性高、通行能力大等优势在路网交通流分配中发挥重要作用的高速公路既是最重要的交通基础设施之一，也在很大程度上代表着交通运输现代化的发展水平。伴随着交通运输类基础设施的不断兴建，国内的高速公路建设也迎来了新时代背景下的崭新发展局面，并不断助力社会稳定和经济可持续发展。

作为大陆地区第一条建设完工并投入使用的高速公路，于 1988 年全线通车的沪嘉高速公路南起祁连山路，北至嘉定南门，全长 16km。以此为开端，我国高速公路事业近年来，尤其是近十年来得到迅猛发展，高速公路总里程不断攀升，并持续保持较高增长速度。自 2004 年至 2014 年，我国高速公路总里程已由 3.43 万公里激增至 11.19 万公里，涨幅超过 3 倍，平均年增长速度高达 0.78 万公里。截止 2015 年底，我国高速公路总里程已突破 12 万公里，稳居世界第一位。

尽管高速公路事业的快速发展极大促进了国民经济增长和社会进步，但也给基础设施投资和公路养护管理增加了巨大压力。为确保持续提供高质量的交通运输服务，我国各地的高速公路几乎全部采取收费模式。

率先突破国家对公路基础设施投资传统体制，实行“贷款建桥、收费还贷”改革的是广东省，1984 年 1 月 1 日，广深公路中堂大桥正式通车并实行收取通行费政策。这一改革得到了国家的认可，国务院于 1984 年 12 月提出把“贷款修路、收费还贷”作为促进高速公路事业发展的重要政策。1987 年 10 月，在国务院发布的《中华人民共和国公路管理条例》中又明确规定：“公路主管部门对利用集资、贷款修建的高速公路、一级公路、二级公路和大型的公路桥梁、隧道、轮渡码头，可以向过往车辆收取通行费，用于偿还集资和贷款”，该条例为高速公路收费提供了法律依据，对高速公路发展具有重大意义。2004 年 8 月，国务院通过的《收费公路管理条例》则围绕收费公路建设和收费站的设置、收费公路权益的转让、收费公路的经营管理等三个方面展开，意在加强收费公路管理及规范公路收费行为，维护收费公路经营者和使用者的合法权益。

高速公路收费政策的实施吸引了大量社会资金参与到高速公路的建设和管理中,一方面缓解了严重缺乏公路建设资金的巨大压力,另一方面为加强公路养护提供了有力的资源支持,对促进我国高速公路事业的快速发展,改善路网结构、提升路网技术状况大有裨益。

既然我国高速公路事业的快速发展离不开道路收费政策,因此如何选取收费角度、确定收费方法一直以来都是道路供求双方关注的核心和争论的焦点,并在学术界被广泛探讨。高速公路建成投用后的成本支出主要来源于贷款偿还、公司经营和道路养护三个方面,其中前两者有明确期限,到期即止,而道路养护则将一直持续,故道路养护应作为高速公路收费的重要依据。2015年7月,交通运输部发布的《收费公路管理条例》修订稿提出:政府收费的高速公路实行统借统还,即在一省范围内实行“统一举债、统一收费、统一还款”,偿债期、经营期届满后实行养护管理收费,这更为从道路养护角度收取高速公路通行费提供了政策依据。

目前,已有学者在进行道路管理成本核算的过程中考虑了养护成本,但往往将其作为固定费用或经验值进行估算。但事实上,道路养护与高速公路收费之间存在的关系非常复杂,而路面损坏则可作为解释二者间关系的桥梁纽带。根据路面结构行为理论^[1],在相同道路等级的高速公路上,不同车辆荷载对路面结构产生的损害不尽相同;即使同一高速公路在不同时期,相同的车辆荷载对路面结构产生的损害也并非一致。当高速公路路段收费发生变化时,连接OD对的所有路径的交通阻抗很可能发生改变,道路使用者将重新选择出行路径,打破原来的交通流均衡分配结果,形成新的交通流分配方案,路网中各路段也将承受新的车辆荷载作用,从而影响路面损坏和养护成本。

由上述分析可知,道路养护与高速公路收费间存在双向的、相互的、动态的作用机理,通过建立合理适用的数学模型解释二者间的复杂量化关系可为改善高速公路收费体系、寻求由道路管理者和使用者组成的系统目标最优方案提供重要借鉴。随着时间推移,越来越多的高速公路收费期限将满,养护成本将成为高速公路收费的主要目的。因此从节约养护成本的角度来制定高速公路货车收费定价机制,为高速公路收费的实施提供科学依据,有助于收费定价方法的完善,为制定科学合理的收费政策提供参考,对高速公路管理者确定高速公路收费标准存在极大的现实意义。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 道路收费的概念和分类

道路收费是指政府（或道路管理者、道路经营者等）向道路使用者（或受益者）征收的费用（税），是道路使用者（或受益者）对利用道路的一种补偿。道路收费有直接收费和间接收费两种方式，直接收费与对具体道路设施的使用情况有直接相关，而间接收费则无直接的联系。

直接收费有两种情况：一是道路的车辆通行费（Road Toll），即收费制度；二是拥挤收费（Congestion Toll）。前者是为了缓解道路建设资金的短缺的矛盾，为道路建设筹集资金或偿还贷款；后者则指在城市交通拥挤日益严重的情况下，通过对某些特定道路进行收费的方式来引导和调节交通需求，并对交通需求进行管理，进而达到缓解道路拥挤的目的。

间接收费根据收费对象的不同分为使用者税（Road User Taxes）和非使用者税（Non-user Taxes）。我国道路使用者税主要是指公路养路费，欧美和日本等国家道路使用者税主要是汽油税。非道路使用者税根据承担的对象不同分为一般税收和开发利润税两种，一般税收的承担对象是一般消费者，而开发利润税的承担对象是开发受益者，尽管开发利益同具体的道路设施有关，但是其并不直接与道路使用情况直接相连，所以它也作为间接收费。

表 1.1 对以上各种收费的目的、对象进行了归纳，本文主要针对直接收费（即道路拥挤收费和道路通行费）进行研究探讨^[2,3]。

表 1.1 道路收费分类

收费道路		收费对象	收费的主要目的	
直接 收费	道路拥挤收费	道路使用者	交通需求管理	
	车辆通行费	道路使用者	偿还贷款、道路养护	
间接 收费	道路使用者税		累积道路建设资金	
	非道路使用 者税	一般税收	一般消费者	国家财政来源
		开发利润税	开发受益者	累积道路建设资金

1.2.2 道路拥挤收费

道路拥挤收费的目的是通过征收边际成本费用，调节路网上的流量分布，以

缓解城市道路路网的拥堵。道路拥挤收费是城市交通需求管理的措施之一，对拥挤道路收费可以使交通拥挤所产生的外部成本内部化，达到优化交通资源配置、增加社会经济福利的目的^[4]，道路拥挤收费问题是近一个世纪以来最具有代表性的经济学交通管理研究课题。

1920年英国学者 Pigou 在其经典论著《福利经济学》中首次提出了拥挤收费的概念^[5]。1924年 Knight 从社会成本、收费费率等方面进一步阐述了拥挤收费的理念^[6]。直至上世纪五六十年代，城市道路拥挤收费问题才得到城市管理者和研究人员的重视，涌现出了一批开创性的研究成果，如 Wardrop 用户均衡原则^[7]、Walters 的边际成本定价原理^[8]、Beckmann 的系统最优理论^[9]、Vickrey 的动态收费模型^[10]等。随着经济学研究理论的快速发展，边际成本道路拥挤收费方法的理论框架逐步得以完善。边际成本道路拥挤收费方法的基础假定是可以通过征收道路通行费用，改变用户的路径选择行为，使得用户最优均衡转变为系统最优^[11-14]。

经典的边际成本道路拥挤收费模型，一般可以用一个双层规划模型来表示：上层模型是道路管理者通过设计道路收费方案使得整个交通网络的性能达到最优（如系统总出行时间最小、社会福利最大等）；下层问题是描述出行者在交通网络上的交通出行行为，包括路径选择、出行方式选择，甚至出行与否的选择^[15-18]。如此一来，双层规划模型包括一个上层的优化问题和一个下层的交通分配问题。常用的交通分配方法有用户均衡模型，随机用户均衡分配模型，联合分布/方式划分交通分配模型。Yang and Huang^[18]总结和归纳了近 30 年来经典的城市道路拥挤收费模型。事实上，城市道路拥挤收费问题涉及很多方面的问题，如社会公平性、用户多样性、收费边界、最优-次优定价等。例如，Zhang and Yang^[19]提出了基于图论的割集最优收费边界模型，分别讨论了单层和多层收费边界的优化问题。Zhang and Ge(2004)^[20]，Yang and Meng(2004)^[21]分别构建了考虑弹性需求的静态道路收费模型和动态交通收费模型。由于道路收费一般为匿名收费，而且所有路段都征收通行费用的最优收费并不现实，研究人员又开始着力开发各种次优收费模型^[20,22]。

如何准确描述出行者在交通网络上的出行行为一直以来是交通理论研究的难题。在设计道路拥挤收费模型的时候，同样面临着这个问题。Yan and Lam (1996)，Yang and Huang (1997)，以及 Yang and Meng (1998) 建立了动态道路拥挤收费模型^[21,23,24]。以上研究都是采用经典的瓶颈模型来描述出行者的用户路径选择行为和出行时间选择行为。

出行者的异质性也是设计道路收费模型需要考虑的重要因素。由于出行者可能有着不同的时间价值，所以用户对于交通网络的运行状况（如拥挤程度、排队长度、出行时间和出行费用等）有着不同的判断。这种出行者的异质性很大程度

上影响了道路拥挤收费方案的设计^[25-27]。例如, Yang and Zhang (2002) 发现了道路边际收费可能对不同时间价值的用户造成不公平性的问题。为此, 他们提出了考虑公平性约束的城市道路拥挤收费模型^[25]。除了离散划分多类用户(根据用户时间价值)以外, 也有少量研究人员采用连续分布(如正态分布)来刻画用户异质性对拥挤收费的影响(如, Meng et al. Zhang and Yang(2012)^[26,27])。

近年来, 在制定道路拥挤收费时, 一些新的道路环境或者交通系统因素也逐渐得到重视, 如不确定需求, 用户或者管理者之间的非合作博弈行为。Sumalee and Xu (2011)^[28]假设用户需求满足正态分布, 研究了出行需求不确定性的道路拥挤收费问题, 推导了需求不确定性场景下边际收费条件。Yang et al. (2010)^[29]采用试凑法(trial-and-error approach)探讨了未知用户出行需求和不确定路段出行函数(路阻函数)的道路拥挤收费问题。Xiao et al. (2007)^[30]在建立道路收费模型过程中, 假设用户时间价值符合已知的连续分布, 分析了私有道路收费导致的效率损失, 并引入“无政府代价”(price of anarchy)指标描述了寡头垄断竞争下的出行低效率, 并针对不同边际效益函数形式给出了出行效率变化的边界值。Zhang et al. (2011)^[31]运用竞争博弈模型、合作博弈模型和竞争-合作混合博弈机制对多区域路网的拥挤收费问题展开研究。

尽管国内还没将拥挤收费理论运用于实际当中, 国内的一些学者还是对拥挤收费进行了一些的研究。公众对实施道路拥挤收费的疑虑主要来自资源配置的公平性和可持续发展。程琳等(2003)^[32]的研究表明, 征收相应的社会边际费用可以使得道路系统的社会剩余价值最大。李友好和施其洲(2004)^[33]在国外拥挤收费的实践基础上, 提出上海市道路拥挤收费的设想, 并讨论了该政策的可行性。许高磊和万涛(2004)^[34]基于城市交通可持续发展的基本特征, 探讨了城市道路拥挤收费作为一种交通需求管理措施对城市交通可持续发展的促进作用。黄绪明(2005)^[35]通过道路拥挤收费模型分析了收费方案和道路出行者路径选择的关系。何胜学(2005)^[36]利用路段的流-密-速时空关系, 建立了基于交通载量及交通密度比的拥挤收费定价公式。罗清玉等(2007)^[37]明确了城市道路交通拥挤外部成本的构成: 额外时间成本、环境污染成本、交通事故成本和燃油消耗成本。王喜文和赵胜川(2008)^[38]同时总结了伦敦、新加坡、奥斯陆和斯德哥尔摩等大城市交通拥挤收费的案例分析结果。隗志才等(2008)^[39]指出实施拥挤收费最大的障碍来自人们对城市道路资源配置公平性的质疑, 并分析了拥挤收费对城市道路资源配置公平性的影响。

1.2.3 车辆通行费

国外高速公路大多是免费通行,只有少量高速公路象征性收费,主要通过征收燃油税和其他辅助税种的方式筹措道路建养资金。例如,美国 90%以上的高速公路免费通行。加拿大高速公路里程世界第三,其高速收费情况与美国类似。德国高速公路在 2005 年之前全部免费通行。随着欧盟东扩后,德国境内卡车剧增,德国公路管理部门从 2005 年起开始对 12 吨以上的卡车收费,根据车辆轴载和排气量分等级确定收费费率。法国是欧洲高速公路收费的代表,其较早推行高速公路特许经营,目前有超过四分之三的高速公路收费,且费率较高。总体而言,国外多数国家长期以来高速公路并不征收通行费用,因此较少有人研究相关的收费问题。而少数实行收费的国家,其收费是企业(如 BOT 公司)行为,因此也极少从技术层面研究养护成本与收费定价的问题。

在国内,高速公路收费过高、收费标准不一致等现实问题也凸显出来。较早的高速公路收费模型的研究只是从收回投资和获利的角度制定收费标准,忽略了影响收费标准的其它因素。为此,詹燕(2001)^[40]认为影响因素可分为两个方面,一是成本因素,包括高速公路投资规模、收费里程、使用性能、养护成本;二是使用因素,线路所在地区经济水平与交通量大小,地区内路网密度、普通公路的使用性能及车辆组成等。龙涌等(2001)^[41]对影响高速公路收费标准的各因素(收费交通量,道路使用者的消费心理,地区经济发展水平和人口增长速度,物价波动,环境污染和交通安全)进行分析,并结合各种影响因素和期望收费总额建立了收费标准模型。高速公路的收费标准受到很多因素的影响,荣文笋和陈若云(2003)^[42]进一步总结了影响收费标准制定的因素,包括地区经济发展水平、人均收入、收费交通量、投资主体及投资政策、筹资成本、运行成本以及路网状况等等。贺向阳(2007)^[43]把影响因素总结为供给因素和需求因素,供给因素包括供给成本、收费期限、预期收费交通量和收费车型构成比例、贴现率,需求因素包括出行需求、出行者效用、替代运输方式和路网中替代出行路径服务水平以及出行者行为选择准则。孙楚文(2007)^[44]将影响定价因素分为总量因素、分摊因素、修正因素和风险因素。总量因素包括成本和收益率,分摊因素包括车流量和收费期限,修正因数包括消费者的支付能力、物价水平、高速公路的性能与技术条件、政府政策取向等。张丽娟(2008)^[45]分析了高速公路收费问题产生的原因,起主要原因是收费方式的规则混乱以及资金管理不够规范。因此,有必要探讨探讨应该如何对高速公路进行收费。

从以上对影响高速公路定价标准因素的文献综述可知,影响定价的因素很多且不易量化,这给制定合理的收费标准带来了极大的挑战,这需要在研究高速公

路收费标准的过程中抓住收费的主要目的，从众多影响因素中甄选出主要因素，以主要因素为根基建立收费模型，同时也需考虑其他因素对收费标准带来的影响。

目前制定通行费收费标准的主要方法有级差效益法、成本反算法、类比分析法和收费弹性法等^[46,47]。

(1) 级差效益法

高速公路级差效益是指使用者选择高速公路而放弃使用普通公路所带来行程时间的节约、运输成本的降低以及行驶舒适度和安全性的提高。高速公路级差效益是高速公路管理者提供给使用者的，所以级差效益应该由管理者和使用者共同享有，使用者将其得到的一部分级差效益以货币的形式支付给管理者，该部分的级差效益即为收费费率。可以看出，级差效益法制定收费标准主要包含级差效益总量和管理者所占比例两个方面。该方法直观，符合公平原则，但也存在级差效益不易计算、不能保证能够回收高速公路建设和养护成本等缺点。

(2) 成本反算法

成本反算法是以“通行费总收入能涵盖总成本，实现收支相抵”为基本原则。该方法通过考虑高速公路建设投资总额、公路日常养护成本、大中修成本、管理者利润、利率等因素，计算收费期限内的应收的通行费收入总额，然后根据预测的交通量，得出车辆收费费率。在运用成本反算法制定收费标准时，为了保证不同车型收费的公平性，需要按照不同车型使用高速公路级的差效益比和对高速公路的占用和破坏情况，确定不同车型的费率系数，制定不同车型的收费标准。

(3) 类比分析法

类比分析法主要是从区域经济发展水平、投资规模、交通量等方面对高速公路进行类比分析，在类型相近高速公路的收费标准基础上调整修正后得出。该方法是一种经验性的方法，操作简单，易于理解，其收费标准在实际运用中得到了检验，具有较强的适用性，但同时该方法受主观意识影响较大，收费标准的合理性在很大程度上取决于所对比高速公路的选择。

(4) 收费弹性法

收费弹性是指在行程时间、行驶舒适度等交通状况一定的条件下，收费费率变化所引起交通量变化的程度。收费弹性法就是通过考虑收费弹性来制定收费标准的方法。在运用收费弹性法制定收费标准时，需要对大量的收费历史资料进行统计分析，得出收费弹性曲线，这也是该方法的关键所在。此外，还需要考虑社会经济水平、使用者心理预期等因素对收费弹性的影响。

传统的收费方法往往是从管理者的角度出发，忽略了道路使用者的反应，导致收费方案很难达到预期目标。其次，传统收费方法往往是先确定基准车型的费率，再乘以各车型的费率系数，然而费率系数的确定受许多因素的影响并不一定

合适，这就容易导致收费标准偏高或偏低。

此外，高速公路收费定价问题也涉及到收益公平性以及社会可持续发展。例如，曹光前和石勇民(1999)^[48]分析了收费系统、交通量与收费标准之间的关系进行了探讨，提出了如何在收益公平原则下确定收费标准的方法。徐瑗瑗和李铁柱(2004)^[49]认为，为了保证高速公路的可持续发展，必须对收费标准进行实时动态的调整，从而保证费率的公平性。

综上所述，国内相关研究在方法论上的研究还存在较大的不足，大部分研究还处于定性的讨论阶段，实用性不强。更为重要的，道路收费的相关研究多数是关于拥挤收费问题，依然没有相关文献意识到高速公路收费定价问题和道路拥挤收费问题的区别，更谈不上从道路养护成本的视角去研究高速公路收费定价问题。

1.3 主要研究内容

本文围绕着“高速公路收费——出行行为选择——道路损坏——道路养护——高速公路收费”这一动态过程展开，通过建立数学模型定量模拟道路养护与高速公路收费之间的相互作用机理，探讨从高速公路养护的角度制定收费方案的优化模型。本文的主要研究内容包括以下几个方面：

(1) 面向养护的高速公路收费优化的双层规划概念模型

道路养护是高速公路收费的主要目的之一，而收费标准会影响使用者将做出出行行为选择，这些行为选择反过来影响路面损坏情况，进而影响养护成本。为充分描述这一动态作用过程，本文拟采用一个双层规划来建立优化模型，其中高速公路管理者为上层，其决策变量是收费方案，下层是描述高速公路使用者在给定收费方案后的出行路径选择行为。

(2) 收费方案与车辆荷载分配之间的关系

在高速公路路网中，从一地到另一地通常存在多条出行路径，而路网中车辆荷载分配是高速公路使用者对道路选择使用的结果。因此，研究收费方案与车辆荷载分配之间的关系即为研究收费方案对使用者出行路径选择的影响。影响高速公路使用者选择路径的因素除了行程时间外，还应包括道路通行费，故需要把通行费也计入交通阻抗中，以现有的交通分配模型为基础分析道路使用者的出行行为，建立收费—荷载分配模型，反映收费方案与车辆荷载分配之间的关系。

(3) 路网损坏与车辆荷载分配之间的关系

车辆荷载是引起路面损坏的主要原因。在相同道路等级的高速公路上，不同车辆荷载对路面结构产生的损害不尽相同；即使同一高速公路在不同时期，相同的车辆荷载对路面结构产生的损害也并非一致，所以车辆荷载分配情况的改变会

引起路网损坏的变化，从而影响养护成本和收费方案。因此，本文需要建立路网损坏—荷载分配模型，量化路网损坏与车辆荷载分配之间关系。

(4) 面向养护的高速公路收费优化的双层规划数学模型及求解

在建立的收费方案与车辆荷载分配之间定量关系和路网损坏与车辆荷载之间定量关系的基础上，将面向养护的的高速公路收费优化双层规划概念模型的具体化为数学模型，并设计算法求解该模型，再通过一个算例对本文建立的双层规划模型及算法进行验证。

本文的框架如下图 1.1 所示：

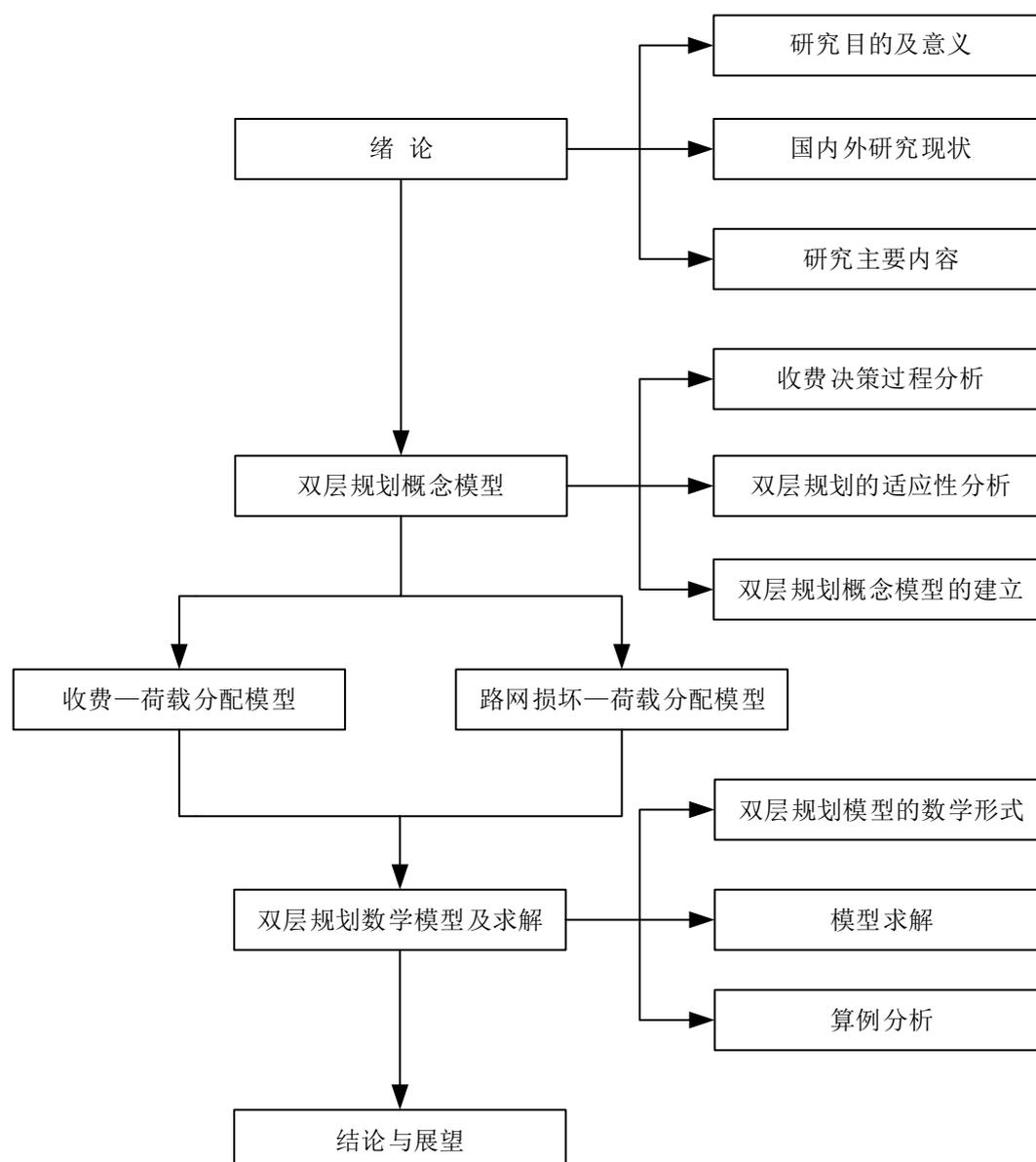


图 1.1 论文的基本框架图

第 2 章 双层规划概念模型

本章利用双层规划研究面向养护的高速公路收费优化问题, 首先对面向养护的高速公路收费决策问题进行剖析, 明确高速公路管理者与使用者的目标和决策变量, 分析收费方案对使用者的出行行为选择的影响以及出行行为反过来对管理者制定收费方案的影响, 明晰管理者与使用者之间的相互作用, 然后采用一个双层规划来描述两者的动态作用的过程, 双层规划的上层和下层分别对应高速公路管理者与使用者, 建立双层规划概念模型。

2.1 面向养护的高速公路收费决策问题分析

在面向养护的高速公路收费决策过程中, 存在高速公路管理者和使用者两个决策者, 且这两者都具有各自的决策变量。高速公路管理者是收费方案的制定者, 处于主导地位, 其决策变量是高速公路收费方案。高速公路使用者只能被动地接受管理者制定的收费方案, 处于从属地位, 其决策变量是出行行为选择。

对收费决策过程进一步分析可以发现: 道路养护成本将是影响高速公路管理者制定收费方案的重要因素, 而高速公路使用者在接受管理者制定的收费方案后, 以最小出行成本为目标选择出行行为, 而这些行为选择反过来会影响路面损坏情况和养护成本, 进而影响高速公路管理者的收费决策。所以在决策过程中, 高速公路管理者与使用者两者之间相互作用、相互影响, 如图 2.1 所示。

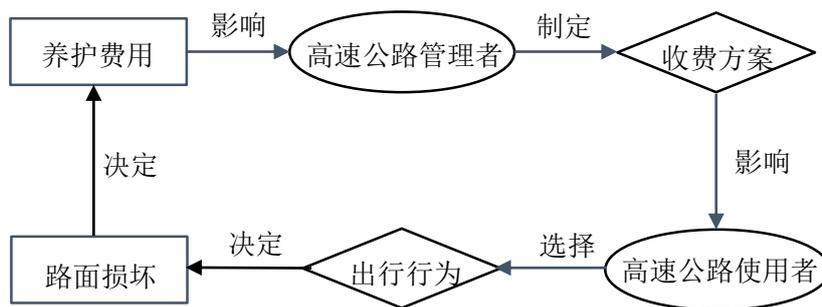


图 2.1 高速公路管理者与使用者之间相互作用图

根据上述对面向养护的高速公路收费决策问题分析, 可以看出高速公路使用者在不同的收费方案下做出的出行行为选择不同, 而使用者的出行行为反过来也会影响管理者收费方案的制定。此类问题是典型的 Leader-Follower 问题, 可以用双层规划来表示。

2.2 双层规划

2.2.1 双层规划模型概述

由于实际决策问题是一个大而复杂的系统问题,需要考虑多方面的影响因素,兼顾多个群体利益,因此应该采用多层次的系统决策方法,而不能是单一层次的决策方法。一般而言,系统都是由两个及两个以上层次构成的,而且各个层次目标之间相互独立甚至相互矛盾。因此,在上层决策者在做决策时,需要考虑其决策对下层决策者决策的影响,只有综合考虑各个层次目标之间的相互作用,才能做出整个系统达到最优的决策。

多层次结构的决策问题最初由 Von Stackelber 于 1952 年在研究市场经济问题时提出的,因此,具有多层次结构的决策问题亦称 Stackelberg 问题^[50]。在多层规划中,各层决策者均以最优化其目标函数为目的,在接受高层决策者确定决策之后,对其能控制的决策变量进行优化,以达到目标函数最优。多层规划结构中,层次越高的决策者所具有的权力也越大,它可以根据自己的决策目标对下层决策者进行调控,而下层的决策也会对上层决策产生反馈,上下层之间具有相互制约的主从关系,该过程如图 2.2 所示。多层规划比单层规划具有优势,能够明确表示不同层次优化过程或不同决策系统之间相互作用。由各层决策者共同参与决策,考虑了各层决策者的目标,故最终所得到的决策(或解)是各决策者均可接受的满意决策(或最优解)。

双层规划问题是多层规划问题的一种特例,也最为常见,其中只有两个层次、两种决策者。双层规划是双层决策问题的数学模型,它是一种具有双层递阶结构的系统优化问题,上层问题和下层问题都有各自的目标函数和约束条件。上层问题的目标函数和约束条件不仅与上层决策变量有关,而且还依赖于下层的问题的最优解,而下层问题的最优解又受上层决策变量的调控。双层规划是研究多层规划的基础,任何多层规划问题都是一系列双层规划问题的复合。

双层规划问题具有两个重要特点。一方面,双层规划是一个分两层次的结构,其决策变量的决策权分别属于各层的决策者,而在传统的单层规划中,决策者同时控制所有的决策变量。另一方面,双层规划两个层次上的决策者都有各自的目标函数和决策空间,且本层的决策空间在一定程度上是由另一层决定的。所以,任一层次上的决策者可以通过本层的决策影响其另一层决策者的决策,从而达到优化其自身目标函数的目的。在管理者的实际决策过程中,对决策变量的控制和处理不是同时进行的,而是采用自上而下的多层次决策过程,故双层规划更符合实际情况。

双层规划模型一般具有如下形式^[51]:

$$\begin{aligned}
 (UP) \quad & \max_x F(x, y(x)) \\
 & s.t. G(x, y(x)) \leq 0
 \end{aligned} \tag{2.1a}$$

其中 $y(x)$ 由下层模型得出:

$$\begin{aligned}
 (LP) \quad & \min_y f(x, y) \\
 & s.t. g(x, y) \leq 0
 \end{aligned} \tag{2.1b}$$

从双层规划模型的一般形式可以看出, 双层规划模型由 2 个子模型 (UP) 和 (LP) 构成, 其中子模型 (UP) 称作为上层规划, 子模型 (LP) 称作为下层规划。 F 是上层规划的目标函数, x 是上层规划的决策变量, G 是决策变量 x 的约束条件。 f 是下层规划的目标函数, y 是上层规划的决策变量, g 是决策变量 y 的约束条件。 $y(x)$ 称作为反应函数。

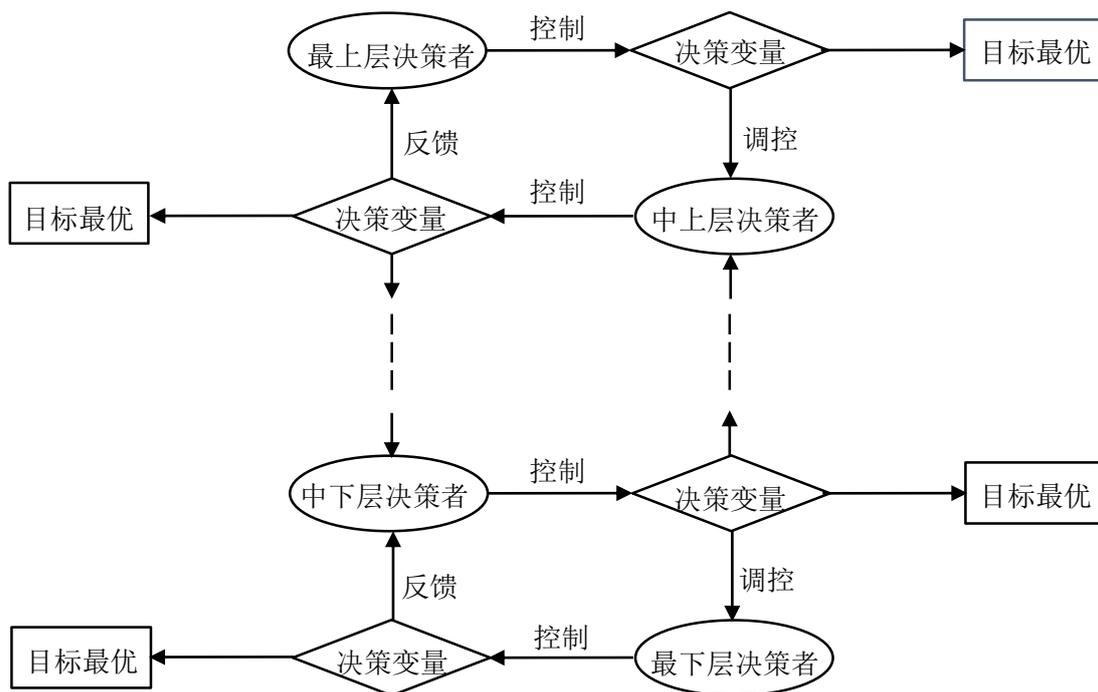


图 2.2 多层规划决策过程

2.2.2 双层规划模型在道路收费中的应用

在不同的道路收费策略下用户根据用户最优原则做出的出行行为也不相同，而用户的出行行为对道路管理者（经营者）制定策略的目标也会产生影响。此类问题是 Leader-Follower 问题，可以用双层规划数学模型来表示。其中，交通管理者（经营者）是领导者（Leader），其决策变量是收费策略；而用户是追随者（Follower），其决策变量是出行行为；反应函数是路径上的交通量。刘安（1996）^[52]把道路经营者作为领导者，以单位时间的累计收费值最大为目标函数；把道路使用者作为追随者，考虑道路收费、行程时间以及车辆消耗等组成的广义行程费用建立了分车型收费的双层规划模型，但没有考虑广义出行成本对交通需求的影响。Yang & Meng（1998）^[21]在考虑弹性需求条件下，针对 build-operate-transfer（B-O-T）模式下道路使用者的出行行为，通过建立一个双层规划模型，研究了 B-O-T 模式下新建收费道路的容量与最佳收费问题。周溪召（2002）^[53]在分析私人交通系统和公共交通系统的出行决策行为的基础上，在弹性需求随机用户平衡状态下，解释了用户平衡、路段路径流量和阻抗、交通需求、拥挤费、出行成本等相互之间的逻辑关系，采用了两层规划模型描述弹性需求随机用户平衡状态拥挤定价下的公交收费行为，为政府有关部门进行道路拥挤定价和公交收费决策提供参考。李志纯（2005）^[54]采用双层规划模型研究了弹性需求下的拥挤道路收费问题，其中上层模型是以道路使用者的盈余最大化作为目标，下层模型是弹性需求下的随机用户平衡（SUE）模型。刘伟铭等人（2008）^[55]新建路段的位置、容量与收费费率确定纳入一个决策过程，利用双层规划理论建立多车型高速公路离散平衡网络设计问题的优化模型，其中上层规划中将路网管理者（政府）作为绝对领导者，经营者的财务目标以及投资上限作为实现系统最优的约束条件；下层规划采用文中提出的多车型多准则用户均衡模型，考虑了不同车型道路使用者路径选择行为的差异性，从而更准确地描述了路网中的流量分布形态。

2.2.3 双层规划在收费优化中的适用性分析

首先，双层规划的两层次结构在面向养护的高速公路收费建模中的适用性分析。如前所述，双层规划是由两个层次、两种决策者构成的系统。上层决策者处于主导地位，通过其策略调控下层决策者的行为，而下层决策者处于从属地位，只能被动地接受上层决策者的决策，并在此基础上控制下层决策变量做出其目标最优的决策。在面向养护的高速公路收费建模过程中，存在高速公路管理者和使用者两个决策者，且这两者都具有各自的决策变量。高速公路管理者处于主导地

位,可视为上层决策者,其决策变量是高速公路收费方案,通过收费方案调控使用者的出行行为。高速公路使用者只能被动接受管理者制定的收费方案,并根据已定的收费方案选择出行成本最小的出行行为,其处于从属地位,可视为下层决策者。因此,面向养护的高速公路收费优化模型具有两个决策者,且两个决策者是主从关系,双层规划的两层次结构适用于该模型。

其次,双层规划的多目标性在面向养护的高速公路收费建模中的适用性分析。双层规划的优点在于能够同时考虑决策过程中两个不同甚至相互矛盾的目标。在双层规划中,上层决策者和下层决策者均以优化各自的目标函数为目的,由于上层决策者处于主导地位,故其目标函数具有全局性,而下层决策者的决策空间受上层决策者的调控,其目标值只能达到次优。双层规划的最优解是上层决策者与下层决策者的目标达到协调的结果。在面向养护的高速公路收费建模过程中,高速公路管理者以获得最大收益为目标,而使用者则以最小出行成本为目标,两者的目标在一定程度上是对立的。利用双层规划的多目标性,可以找得高速公路管理者收益最大与使用者出行成本最小的均衡点,协调两者的目标。因此,面向养护的高速公路收费优化模型具有多目标的特点,双层规划的多目标决策方法适用于该模型。

最后,双层规划的决策过程在面向养护的高速公路收费建模中的适用性分析。双层规划不仅具有两层次结构和多目标性的特点,还能描述决策过程中上层决策者与下层决策者之间动态的相互作用。在双层规划决策过程中,上层决策者的最优策略传递给下层决策者,下层决策者在上层决策者最优策略的条件下,选择其目标最优的策略,并将该策略反馈给上层决策者,上层决策者根据下层决策者的反馈信息调整其策略,如此反复直至两者的目标达到均衡点。在面向养护的高速公路收费建模过程中,道路养护成本是影响高速公路收益的重要因素之一,而道路养护与高速公路收费之间存在一个双向的、相互的、动态的作用机理。道路养护将是高速公路收费的主要原因,其所需资金来源于高速公路收费,道路养护成本是决定高速公路收费标准的重要因素。在实施已制定的高速公路收费标准后,道路使用者将做出出行行为选择,这些行为选择反过来会影响路面损坏情况和养护成本,进而影响和高速公路收费。双层规划的决策过程能够描述这一动态过程,具有较好的适用性。

综上所述,双层规划适用于在面向养护的高速公路收费建模。下文以双层规划为基本框架建立面向养护的高速公路收费的概念模型。

2.3 构建收费优化的双层规划概念模型

2.3.1 构建下层概念模型

在一个高速公路路网中,从出发地到目的地通常都存在多条出行路径供使用者选择,在面向养护的高速公路收费的双层规划模型中,高速公路使用者是下层决策者,其决策变量是出行路径选择,追求的目标是在既定的收费方案下使得出行成本最小。路网中车辆荷载分配是高速公路使用者对道路选择使用的结果,因此,研究收费方案与车辆荷载分配之间的关系即为研究道路收费对使用者出行路径选择的影响。

影响使用者出行行为的主要因素包括行程时间、出行距离、通行费、车辆营运费用、舒适性、安全性及个人偏好等。在本文的研究中,将主要考虑行程时间和通行费这两个因素构成的出行成本对出行路径选择的影响。这主要是基于以下三方面的原因:一是车辆运营费用、舒适性、安全性及个人偏好等因素受主观因素影响明显,不易度量和计算,很难在模型中定量表达出来。二是出行距离、车辆营运费用、舒适性及安全性等与行程时间和道路收费呈正相关性;三是本文将高速公路使用者作为一个整体,从一个相对宏观的层面考虑出行成本,故不考虑个人偏好对出行路径选择的影响。所以,在本文研究出行路径的选择时,只考虑行程时间和通行费两个因素,并将两者的综合指标作为出行成本。

此外,在实际情况中,当高速公路使用者的出行成本发生改变的时候,出行需求也将随之改变,即需求是弹性的,并且出行需求是以出行成本为自变量的严格单调递减函数。当出行成本增加时,如道路收费费率提高,道路使用者的出行需求将会减少;反过来,当出行成本降低时,道路使用者的出行需求将会增大。

在下层模型中存在着两种机制的相互作用:一方面,高速公路使用者通过在路网上选择最优出行路径来达到自身出行成本最低的目标;另一方面,路网所提供的服务水平与其被使用的状况紧密相关,道路上的流量越大,使用者所承受的交通阻抗也将越大,出行成本也将增大。下层模型是用来描述这两种机制及其相互作用,并最终求解出路网在均衡状态下的车辆荷载分配情况。基于此,下层模型主要借鉴和参考经典的交通分配模型,其概念模型形式如下,具体的建模过程将第三章给与详细的描述。

下层规划(高速公路使用者)

$$\begin{aligned} & \text{目标函数: 使用者出行成本最小} \\ & \text{约束条件: 车辆荷载流守恒} \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.3.2 构建上层概念模型

在面向养护的高速公路收费的双层规划模型中,高速公路管理者为上层决策者,其决策变量是收费方案,追求的目标是效益最大化。效益最简单最直接的表达方式是收费收入与养护费用之差,而这两者都与收费方案紧密相关。也就是说管理者制定收费方案需要同时考虑收费对总收入及养护费用的影响,使得两者之差最小。

在高速公路管理者制定收费方案后,通过下层模型可以得到路网中各条路径上的车辆荷载分配情况,所以由收取通行费带来的总收益也能够直接计算出来。然而,管理者想要把养护费用准确地计算出来却是相当困难的。一方面,同一种损坏的养护对策并不唯一,所需要的养护费用和带来的养护效益也不相同;另一方面,在计算养护费用时需要收集大量的数据,如路面损坏程度、损坏量、原材料的市场价格等,在这一过程中,收集数据的误差将不断积累,这将直接影响养护费用的准确度。

为了解决养护费用难以准确计算这一问题,在本文中不以收费收益与养护费用之差作为管理者的效益目标,而是借鉴路面管理系统中通过效益费用比来评估不同养护方案性价比的思想,考虑到路网损坏是一个能够量化的客观值,拟采用收入损坏比的概念来表征管理者的收益。收入损坏比表征的是以单位路网损坏为代价所带来的收入。路网损坏主要与路网中车辆荷载分配情况有关,量化路网损坏是求得收入损坏比的关键和难点,关于路网损坏与车辆荷载分配之间的定量关系将在第四章建立的数学模型中进行详细讨论。

高速公路作为公共基础设施,主要服务于社会经济的发展,是一种经济性的公共物品。从社会公平和保护高速公路使用者权益的角度,高速公路收费的费率应该限定在一定的范围之内,也即收费存在上限和下限。一般来说,上限不应超过高速公路的级差效益。

综上所述,上层模型是上层决策者(即高速公路管理者)通过制定合理的收费方案实现效益最大化的目标,效益则是通过收入损坏比来表征的,且收费费率受到限制,应作为约束条件。故上层模型的概念模型形式如下:

上层规划(高速公路管理者):

$$\begin{aligned} & \text{目标函数: 收入损坏比最大} \\ & \text{约束条件: 收费费率的约束} \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.3.3 收费优化的双层规划概念模型

在面向养护的高速公路收费建模过程中,存在高速管理者和使用者两个决策

者，两者都有各自的目标函数和决策变量，且两者的决策相互影响。道路养护将是高速公路收费的主要原因，其所需资金来源于高速公路收费，道路养护成本是决定高速公路收费标准的重要因素。在实施已制定的高速公路收费标准后，道路使用者将做出出行行为选择，这些行为选择反过来会影响路面损坏情况和养护成本，进而影响和高速公路收费。

为描述这一动态作用过程，将上述得到的以管理者收益损坏比为目标的上层模型和以道路使用者出行成本最小为目标的下层模型组合在一起，形成双层规划模型，也即面向养护的高速公路收费双层规划模型。通过对双层模型的求解，可以确定高速公路收费方案，使得由道路管理者和使用者构成的系统达到最优。双层规划的概念模型如下，表 2.1 是对双层规划模型情况的汇总。

上层规划（高速公路管理者）：

$$\begin{aligned} & \text{目标函数：收入损坏比最大} \\ & \text{约束条件：收费费率的约束} \end{aligned} \tag{2.4a}$$

下层规划（高速公路使用者）

$$\begin{aligned} & \text{目标函数：使用者出行成本最小} \\ & \text{约束条件：车辆荷载流守恒} \end{aligned} \tag{2.4b}$$

反应函数：收费方案与车辆荷载分配之间的关系模型；

表 2.1 面向养护的高速公路收费优化双层规划模型汇总表

项目	下层规划	上层规划
面向对象	高速公路使用者	高速公路管理者
刻画内容	使用者接受收费方案并根据收取费用高低、出行时间等因素进行行为选择，使用者期望以最低的成本实现出行目的	管理者对道路使用者进行收费但同时负责道路的养护管理，道路损坏影响养护成本的高低，管理者期望以较低的养护成本获得较高的收入
反映关系	收费方案与车辆荷载分配之间的定量关系	收费方案与高速公路管理者收益之间的关系
重点及难点	收费方案与高速公路使用者路径选择之间的关系	路网损坏与车辆荷载分配之间的定量关系

续表 2.1 面向养护的高速公路收费优化双层规划模型汇总表

项目	下层规划	上层规划
借鉴模型或思想	①用户均衡的基本原则 ②弹性需求下的用户均衡交通分配模型 ③出行成本函数和弹性需求函数	①路面使用性能衰变模型 ②路面管理系统中以路面性能指标的曲线下的面积表示路面维修效益的思想
目标函数	使用者出行成本最小	收入损坏比最大
约束条件	车辆荷载流守恒	收费费率的约束
参考章节	第3章	第4章

2.4 本章小结

高速公路管理者是收费方案的制定者，而使用者只能被动地接受收费方案，收费方案会影响使用者的路径选择，而路径选择又会反过来影响管理者制定收费方案，两者之间的策略和目标相互作用和影响。本章采用一个双层规划模型来描述高速公路管理者与使用者之间的关系，其中，上层是高速公路管理者，其追求的目标是收益，通过收入损坏比来标准；下层是描述高速公路使用者在给定收费方案后的出行路径选择行为。

第3章 收费—荷载分配模型

在一个高速公路路网中，从出发地到目的地通常都存在多条出行路径，而路网中车辆荷载分配是高速公路使用者对道路选择使用的结果。影响高速公路使用者选择路径的因素主要包括行程时间、行驶距离、支付的通行费、车辆类型、运营成本、行驶安全性和舒适度及个人偏好等。正常情况下理性使用者会选择自己认为出行成本最小的路径作为出行路径，所以高速公路收费方案将影响使用者的出行行为，从而改变路网中车辆荷载的分配情况。从宏观层面来看，车辆荷载的分配等同于交通分配，两者之间可以通过系数转换进行转化。本章将首先回顾交通分配模型相关的研究，然后在此基础上建立收费—荷载分配模型，反映收费方案与车辆荷载分配之间的定量关系。

3.1 经典的交通分配模型

在交通分配过程中存在着两种机制的相互作用：一方面，道路使用者通过在路网上选择最优出行路径来达到自身出行成本最低的目标；另一方面，路网所提供的服务水平与其被使用的状况紧密相关，道路上的流量越大，使用者所承受的交通阻抗也将越大。交通分配模型是用来描述这两种机制及其相互作用，并最终求解出路网中交通量在均衡状态下的分配情况。换句话说，交通分配是将预测的OD交通量，根据已知的路网状况，按照一定的原则分配到路网中的路段上，从而求出路网中各路段的交通量。可以看出，出行选择路径原则是交通分配问题的关键。1952年，著名学者Wardrop总结交通网络的均衡条件，提出了交通均衡的第一原理和第二原理^[7]。Wardrop第一原理是反映用户最优路径选择的准则，也称“用户均衡原理（User Equilibrium, UE）”；Wardrop第二原理是反映用户相互协作使得整个系统的出行成本最低的准则，也成为“系统最优原理（System Optimization, SO）”。根据分配原则，交通均衡分配模型可以分为用户均衡分配模型和系统最优分配模型^[56]。

现定义如下在本章及后文中反复用到的符号，如不作特殊说明，本文中提到的符号的意义不变。

N — — — 路网中节点的集合；

A — — — 路网中路段（有向弧）的集合；

$G = (N, A)$ — — — 由节点 N 和路段 A 组成的路网；

- R — — — 所有出发地的集合, $R \subseteq N$;
 S — — — 所有目的地的集合, $S \subseteq N$;
 α — — — 一条路段, $\alpha \in A$;
 r — — — 一个出发地, $r \in R$;
 s — — — 一个目的地, $s \in S$;
 K — — — 路网中所有路径的集合;
 K_{rs} — — — 出发地 r 与目的地 s 之间所有路径的集合, $K_{rs} \subseteq K$;
 v_α — — — 路段 α 上的交通量;
 t_α — — — 路段 α 上的交通阻抗;
 d_{rs} — — — OD 对 (r, s) 间的交通需求量;
 f_{rs}^k — — — OD 对 (r, s) 间路径 k 上的流量, $k \in K_{rs}$;
 c_{rs}^k — — — OD 对 (r, s) 间路径 k 上的交通阻抗, $k \in K_{rs}$;
 δ_{rs}^{ak} — — — 路段与路径相关变量, 即 0-1 变量。
 若路段 α 在连接 OD 对 (r, s) 间路径 k 上, 则 $\delta_{rs}^{ak} = 1$;
 否则, $\delta_{rs}^{ak} = 0$; $\alpha \in A, k \in K_{rs}$;

在交通分配模型建立过程中, 路段上的交通阻抗被定义为以路段上流量为自变量的函数, 而不考虑路段间的相互影响, 且交通阻抗随着流量的增加而单调递增, 即:

$$t_\alpha = t_\alpha(v_\alpha), \alpha \in A \quad (3.1)$$

假设 OD 对 (r, s) 间的交通需求量不随其他因素变化而变化, 也即需求量是一个常数, 称这种交通需求为固定需求。然而, 在实际情况中, 随着出行成本的增加, 某些出行价值较小的出行行为将被取消, 交通需求量减小, 这种变动的交通需求被称为弹性需求。影响交通需求的主要因素是出行成本, 即:

$$d_{rs} = D_{rs}(\mu_{rs}), r \in R, s \in S \quad (3.2)$$

式中 μ_{rs} 表示的是 OD 对 (r, s) 间最低出行成本, $D_{rs}(\cdot)$ 是交通量需求函数, 它的反函数表示为 $D_{rs}^{-1}(\cdot)$ 。一般地, $D_{rs}(\cdot)$ 是以出行成本为自变量的单调减函数。

交通分配满足交通量守恒的条件, 即 OD 对 (r, s) 间各条路径上的流量之和等于 OD 对需求量, 用数学式表达如下:

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, r \in R, s \in S \quad (3.3)$$

路段上的流量是由 OD 对 (r, s) 间各条路径经该路段的流量累计得出, 满足下列公式:

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \quad \alpha \in A \quad (3.4)$$

OD 对 (r, s) 间各条路径的总阻抗等于构成该路径的各个路段的的阻抗的累计和，用数学公式表达如下：

$$c_{rs}^k = \sum_{a \in A} t_a(v_a) \delta_{rs}^{ak}, \quad r \in R, s \in S, k \in K_{rs} \quad (3.5)$$

3.1.1 用户均衡分配模型

假设道路使用者从出发地到目的地之间存在多条可供自由选择的路径，且每位使用者能够准确掌握整个路网的状态，精确计算每条路径的出行成本，然后选择出行成本最小的路径出行。由于出行成本会随着路径上流量的变化而变化，故所有的道路使用者不会选择同一路径。当道路使用者不能仅仅通过改变出行路径而降低出行成本时，整个系统达到一种稳定状态，这即为 Wardrop 定义的“用户均衡原理 (UE)”。用户均衡原理的定义：路网中每个 OD 对间所有被选择使用的路径具有相同的出行成本，且小于或者等于任何一条未被选用的路径。

1. 固定需求的用户均衡分配模型

1956 年 Beckmann 等学者建立了与 Wardrop “用户均衡原理” 等价的数学规划模型，并采用最优化定理证明了模型解的唯一性^[57]。1975 年，LeBlanc 等学者将 Frank-Wolfe 算法用于求解 Beckmann 模型，成为目前应用最广泛的 F-W 解法。Beckmann 模型奠定了交通分配模型的基础，在该模型中，假定 OD 对间的交通需求为固定需求，路段的交通阻抗是以路段上的交通量为自变量的单调递增函数，且不考虑路段间的相互影响，其数学形式如下^[58]：

$$\min \quad Z(v) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega) d\omega \quad (3.6a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, \quad r \in R, s \in S \quad (3.6b)$$

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \quad \alpha \in A \quad (3.6c)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad r \in R, s \in S, k \in K_{rs} \quad (3.6d)$$

2. 弹性需求的用户均衡分配模型

在实际情况下，OD 对 (r, s) 间的交通需求量不是固定不变的，而是随着出行成本的变化而变化，并且需求函数是以出行成本为自变量的单调递减函数。以固定需求下的 Beckmann 模型为基础，可以拓展得到弹性需求下的用户均衡分配模型，其形式如下^[59]：

$$\min Z(v, d) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega) d\omega - \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (3.7a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, \quad r \in R, \quad s \in S \quad (3.7b)$$

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \quad \alpha \in A \quad (3.7c)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad r \in R, \quad s \in S, \quad k \in K_{rs} \quad (3.7d)$$

3.1.2 系统最优分配模型

用户均衡原则表述的是道路使用者完全自由地选择出行成本最低的出行路径，是一种非合作竞争的行为。从整个系统的角度出发，这种非合作竞争行为将增加整个系统的运行成本，基于此，Wardrop 提出了系统最优原则（SO），即路网中的交通按使得系统总的出行成本最小原则来分配。系统最优原则可以理解为：路网中 OD 对 (r, s) 间的所有已经被使用路径的边际出行成本都相等，并且小于任何一条未被使用路径的边际成本。也即道路使用者改变出行路径后不会减少整个系统的出行成本。

1. 固定需求的系统最优分配模型

假设 OD 对 (r, s) 间的交通需求量不变，与用户均衡模型相比，系统最优分配模型的约束条件与用户均衡模型的约束条件相同，其目标函数是使整个系统中道路使用者的出行成本最小，模型的数学表达式如下^[58]：

$$\min \quad \tilde{Z}(v) = \sum_{a \in A} t_a(v_a) v_a \quad (3.8a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, \quad r \in R, \quad s \in S \quad (3.8b)$$

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \quad \alpha \in A \quad (3.8c)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad r \in R, \quad s \in S, \quad k \in K_{rs} \quad (3.8d)$$

2. 弹性需求的系统最优分配模型

考虑 OD 对 (r, s) 间的交通需求量随出行成本变化而变化时，根据系统最优分配原则，参考固定需求下系统最优分配模型和弹性需求下的用户均衡模型，可以得到弹性需求的系统最优分配模型如下^[59]：

$$\min \quad \tilde{Z}(v, d) = \sum_{a \in A} t_a(v_a) v_a - \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (3.9a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, \quad r \in R, \quad s \in S \quad (3.9b)$$

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \quad \alpha \in A \quad (3.9c)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad r \in R, \quad s \in S, \quad k \in K_{rs} \quad (3.9d)$$

3.1.3 用户均衡分配模型与系统最优分配模型的关系

用户均衡分配模型和系统最优分配模型是根据两种不同分配原则建立的模型，反映在具体的数学模型上，两者的目标函数不同，而约束条件确是相同的。一般情况下，系统最优分配模型解出的分配形式的总出行成本小于用户均衡分配模型解出的分配形式的总出行成本，这是因为道路使用者往往只考虑自身感受的出行成本，而忽略了自己进入路网后对已存在于路网中的道路使用者的影响。所以，对用户均衡分配模型中路段的出行成本进行变换^[57]，令：

$$\tilde{t}_a(v_a) = d[v_a t_a(v_a)]/d v_a = t_a(v_a) + v_a \frac{dt_a(v_a)}{dv_a}, \quad \alpha \in A \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \text{则：} \int_0^{v_a} \tilde{t}_a(w) dw &= \int_0^{v_a} [t_a(w) + v_a \frac{dt_a(w)}{dw}] dw = \int_0^{v_a} [t_a(w) dw + v_a dt_a(w)] \\ &= \int_0^{v_a} d w t_a(w) = v_a t_a(w) \end{aligned} \quad (3.11)$$

将路段的出行成本由 $\tilde{t}_a(v_a)$ 代替 $t_a(v_a)$ ，则用户均衡分配模型转化为系统最优分配模型。 $\tilde{t}_a(v_a)$ 为路网中新增使用者对整个系统带来的边际成本，它由两部分构成，一部分是道路使用者自身出行成本 $t_a(v_a)$ ，另一部分是进入路网后对其他使用者带来的出行成本的增加，即 $v_a dt_a(v_a)/dv_a$ 。

上述用户均衡分配模型和系统最优分配模型均假定道路使用者能够完全了解路网的状况，能精确计算每条路径的出行成本，从而选择出行路径。这显然是一种理想情况，而实际中道路使用者不能准确掌握路网的使用状况，只能对出行成本进行估计。如果道路使用者仍按照 Wardrop 第一原则选择路径，即道路使用者选择其估计的出行成本最小的出行路径，当达到均衡状态时，任何一个使用者均不能通过单方面改变出行路径来降低出行成本。这种交通分配模型称为“随机用户均衡分配模型 (Stochastic User Equilibrium, SUE)”。目前，根据对出行成本的估计作不同的假设，随机用户均衡模型可以分为 Logit-SUE 模型和 Probit-SUE 模型。在后文的研究中，将假定道路使用者能够完全准确掌握路网的使用状况，以确定性用户均衡分配模型为基础，所有在此不对随机用户均衡模型作进一步详细的叙述和讨论。

3.2 交通分配与荷载分配之间的关系

交通分配与荷载分配是从不同角度考虑车辆对道路作用的不同表现形式。交通分配主要是考虑车辆对道路通行能力的影响，而车辆荷载分配主要是考虑车辆对路面结构的损坏。两者的作用施加者相同，均是道路上车辆，但考虑的作用对象不同。

在交通工程中，为了使不同交通组成的交通流能够在同样的标准下进行分析，使其具有可比性，在分析计算通行能力和服务水平时，将实际或预测的交通组成中各类交通量通过车辆折算系数（Passenger Car Equivalence, PCE）换算成标准车当量，也称当量交通量（Passenger Car Unit, PCU）。1965年版的美国《道路通行能力手册》（HCM65）首次定义了车辆换算系数：在通常道路条件下，货车或公共汽车对小客车的当量。在计算当量交通的过程中，关键在于标准车的选择和车辆折算系数。在《公路工程技术标准》（JTGB801-2014）中，采用小客车为标准车型，各汽车代表车型及车辆折算系数如下表 3.1 所示：

表 3.1 各汽车代表车型及车辆折算系数

汽车代表车型	车辆折算系数	说明
小客车	1.0	座位≤19座的客车和载质量≤2t的货车
中客车	1.5	座位>19座的客车和2t<载质量≤7t的货车
大型车	2.5	7t<载质量≤20t的货车
汽车列车	4.0	载质量>20t的货车

在确定标准及车辆折算系数后，可以按照下式来计算当量交通量：

$$V_e = V \times \sum_{i=1}^k \lambda_i E_i = V [1 + \sum_{i=1}^k \lambda_i (E_i - 1)] \quad (3.12)$$

式中： V_e —— 当量交通量，PCU；

V —— 总的自然交通量，辆；

λ_i —— 第*i*类车交通量占总交通量的百分比，%；

E_i —— 第*i*类车的车辆折算系数；

同理，由于路网中路面是行驶的车辆种类很多，轴载大小也不相同，其对路面的损害相差很大。对于路面结构来说，不单是总的累计作用次数，更重要的是轴载的大小和各级轴载在整个车辆组成中所占的比例。为了使不同的轴载对路面作用效果能够相互比较，需将不同的轴载转换成标准轴载。根据《公路沥青路面设计规范》（JTGD50-2006）中的规定，我国标准轴载的计算参数为：双轮组单轴

载 100KN, 以 BZZ-100 表示, 轮胎压强为 0.7MPa, 单轴轮距当量圆半径 r 为 10.65cm, 双轮中心间距为 $3r$ 。不同轴载的各种车辆换算成 BZZ-100 标准轴重的当量轴次的计算公式如下:

(1) 以设计弯沉和沥青层层底拉应力为指标时, 各种车辆的前后轴按下式换算成标准轴载 P 的当量作用次数 N 。

$$N = \sum_{i=1}^K C_1 C_2 n_i \left(\frac{P_i}{P}\right)^{4.35} \quad (3.13)$$

式中: N —— 标准轴载的当量轴次, 次/日;

C_1 —— 轮组系数, 双轮组为 1, 单轮组为 6.4, 四轮组为 0.38;

C_2 —— 轴数系数;

n_i —— 各种被换算车型的作用次数, 次/日;

P_i —— 各种被换算车型的轴载, KN;

P —— 标准轴载, KN;

当轴间距大于 3 米时, 按一个单独的轴计算; 当轴间距小于 3 米时, 双轴或多轴的轴数系数按下式计算:

$$C_2 = 1 + 1.2(m - 1) \quad (3.14)$$

式中: m —— 轴数;

(2) 以半刚性材料层的拉应力为设计指标时, 各种车型的前后轴按下列公式换算成标准轴载 P 的当量作用次数 N 。

$$N = \sum_{i=1}^K C'_1 C'_2 n_i \left(\frac{P_i}{P}\right)^8 \quad (3.15)$$

式中: C'_1 —— 轮组系数, 双轮组为 1, 单轮组为 18.5, 四轮组为 0.09;

C'_2 —— 轴数系数;

当以拉应力为设计指标时, 双轴或多轴的轴数系数按下式计算:

$$C'_2 = 1 + (m - 1) \quad (3.16)$$

综上所述, 可以看出交通分配和车辆荷载分配是从不同角度考虑车辆对道路作用的不同表现形式。交通分配主要是考虑车辆对道路通行能力的影响, 并且为了比较不同车型对道路通行能力影响, 引入车辆折算系数的概念将各种车辆换算成当量交通量。车辆荷载分配主要是考虑车辆对路面结构的损坏, 并且为了比较不同轴载的车辆对路面结构的损坏程度, 引入标准轴载的概念将不同轴载换算成标准轴载的当量轴次。所以, 路网中的交通组成是联系交通分配和车辆荷载分配

的纽带，当掌握了交通组成后，可以通过车辆折算系数和标准轴载实现交通分配与车辆荷载分配之间的转换。本文定义“交通分配-车辆荷载分配系数 (ε)”：当量交通量与标准轴载的当量轴次的比值。

$$\varepsilon = \frac{V_e}{N} \quad (3.17)$$

式中： ε —— 交通分配— 车辆荷载分配系数；

V_e —— 当量交通量，PCU；

N —— 标准轴载的当量轴次，次/日；

交通分配-车辆荷载分配系数 (ε) 与交通组成紧密相关，不同的交通组成对应的交通分配-车辆荷载分配系数 (ε) 也不相同。在本文的研究中，为了简化模型，假定路网中只存在理想标准车，该理想标准车是当量交通量的标准车和标准轴载的综合体，即其对道路通行能力的车辆折算系数为 1，同时对路面结构的损坏相当于一个标准轴载。在这种假设的前提下，交通分配-车辆荷载分配系数 (ε) 的值为 1，也即交通分配与车辆荷载分配之间可以自由转化，两者是等价的，当然，这只是一种理想状况。

3.3 建立收费—荷载分配的数学模型

3.3.1 道路使用者的出行成本函数

道路使用者在选择出行路径时主要受行程时间、出行距离、道路收费、车辆营运费用、舒适性、安全性及个人偏好等因素的影响。根据第二章的分析，在本文研究出行路径的选择时，只考虑行程时间和道路收费两个因素，并将两者的综合指标作为出行成本。

道路使用者在路网中路段上的行程时间与路段上的交通量紧密相关。当路段上的交通量增加时，路段上车辆的速度会减小，从而导致行程时间增长。当路段上的交通量较小时，路段上的行程时间随着交通量增加而增长的趋势较缓，但交通量增加到一定程度后，路段上的行程时间随着交通量的增加而快速增长。目前在实践中广泛采用的行程时间函数是 1964 年由美国公路局(U.S. Bureau of Public Road, BPR) 的 BPR 路阻函数，其参数可控性好，能根据实际情况进行修正^[60]：

$$t(v_a) = t_0 [1 + \alpha (\frac{v_a}{v_0})^\beta] \quad (3.18)$$

式中： $t(v_a)$ —— 交通量为 v_a 时路段的行程时间；

- t_0 —— 路段的自由流行程时间;
 v_0 —— 路段的实际通行能力;
 α 、 β —— 回归系数, 典型值 $\alpha = 0.15$ 、 $\beta = 4$;

常见的行程时间函数还有底特律规划中应用的 Smoch 函数、Overgaard 函数、Davidson 函数、英国 TRRL 模型等。

对于道路收费而言, 由于在本文中只考虑理想标准车型, 所以道路收费主要与路段收费费率和路段长度有关。为了将行程时间和道路收费统一起来, 本文通过“时间价值换算系数 (φ)”将道路收费折算成时间成本, 进而把行程时间与道路收费折算得到时间之和作为道路使用者选择出行路径时的出行成本。其中时间价值换算系数 (φ) 的计算式如下^[61]:

$$\varphi = \eta \cdot \frac{GDP}{Q \cdot T} \quad (3.19)$$

- 式中: φ —— 时间价值换算系数;
 GDP —— 国内生产总值;
 Q —— 地区人口总数;
 η —— 时间因子, 通常取 0.5;
 T —— 平均每人每年工作时间;

综上所述, 在本文的研究中, 影响道路使用者出行路径选择的出行成本由行程时间和道路收费两个方面组成, 这两种成本的量纲不同, 可以通过时间价值换算系数, 将道路收费折算成时间成本, 从而最终以时间为单位来量化出行成本, 路段的表达式如下所示:

$$T_a(v_a, x_a) = t_a(v_a) + \frac{1}{\varphi} x_a l_a = t_0^a \left[1 + \alpha \left(\frac{v_a}{v_0} \right)^\beta \right] + \frac{1}{\varphi} x_a l_a \quad (3.20)$$

- 式中: $T_a(v_a, x_a)$ —— 以时间为单位的出行成本, h;
 t_0^a —— 路段 α 上的自由行程时间, h;
 x_a —— 路段 α 上的收费费率, 元/km;
 l_a —— 路段 α 的长度, km;

所以道路使用者选择出行路径 k 的出行成本为:

$$c_{rs}^k = \sum_{a \in A} T_a(v_a, x_a) \delta_{rs}^{ak} = \sum_{a \in A} t_0^a \left[1 + \alpha \left(\frac{v_a}{v_0} \right)^\beta \right] \delta_{rs}^{ak} + \frac{1}{\varphi} x_a l_a \delta_{rs}^{ak} \quad (3.21)$$

在实际情况下, 当道路使用者的出行成本发生改变的时候, 出行需求也将随之改变, 并且是以出行成本为自变量的严格单调递减函数。当出行成本增加

时，如道路收费费率提高，道路使用者的出行需求将会减少；反过来，当出行成本降低时，道路使用者的出行需求将会增大。即需求是弹性的：

$$d_{rs} = D_{rs}(\mu_{rs}), r \in R, s \in S \quad (3.22)$$

式中： μ_{rs} 表示的是 OD 对 (r, s) 间最低出行成本， $D_{rs}(\cdot)$ 是交通量需求函数，它的反函数表示为 $D_{rs}^{-1}(\cdot)$ 。一般地， $D_{rs}(\cdot)$ 是以出行成本为自变量的单调减函数。交通量需求函数 $D_{rs}(\cdot)$ 有线性形式和指数形式两种形式，如下所示^[53]：

$$\text{线性形式: } d_{rs} = D_{rs}(\mu_{rs}) = d_{rs}^0 - \tau\mu_{rs} \quad (3.23)$$

$$\text{指数形式: } d_{rs} = D_{rs}(\mu_{rs}) = d_{rs}^0 \exp(-\tau\mu_{rs}) \quad (3.24)$$

式中： d_{rs}^0 —— 交通需求最大量；

τ —— 出行费用的影响系数，弹性系数；

3.3.2 数学规划模型

根据 3.2 中交通分配与车辆荷载分配之间关系的讨论以及本文中理想标准车的假定，可以认为交通分配与车辆荷载分配之间是等价的，可以自由转换，基于此，对前文中使用的以下符合含义作进一步补充说明。

v_α 表示路段 α 上的累计荷载当量。 d_{rs} 表示 OD 对 (r, s) 间的累计荷载当量。 f_{rs}^k 表示 OD 对 (r, s) 间路径 k 上的累计荷载当量， $k \in K_{rs}$ 。 δ_{rs}^{ak} 表示路段与路径相关变量，若路段 α 在路径 k 上，则 $\delta_{rs}^{ak} = 1$ ；否则 $\delta_{rs}^{ak} = 0$ 。它们之间满足如下条件：

$$v_\alpha = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \alpha \in A \quad (3.25)$$

$$d_{rs} = \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k, r \in R, s \in S \quad (3.26)$$

假设道路使用者能够随时精确掌握整个路网的状况，并试图选择出行成本最小的路径出行，即遵循 Wardrop 第一原则，那么当路网达到用户均衡状态时，整个系统达到稳定，此时所有被选择使用路径的阻抗相等且最小，并小于任何一条没有被使用路径的阻抗。用 f_{rs}^{k*} 表示均衡状态下路径 k 的累计荷载当量。 v_α^* 表示均衡状态下的路段 α 上的累计荷载当量。 μ_{rs}^* 表示的是 OD 对 (r, s) 间最低出行成本，即：

如果 $f_{rs}^k > 0$ ，那么 $c_{rs}^k = \mu_{rs}^*$ ； $r \in R, s \in S, k \in K_{rs}$

如果 $f_{rs}^k = 0$ ，那么 $c_{rs}^k > \mu_{rs}^*$ ； $r \in R, s \in S, k \in K_{rs}$

综上，根据用户均衡的基本原则，以弹性需求下的用户均衡模型为基本模型，

结合本文中讨论的道路使用者的出行成本函数和弹性需求函数，可以建立收费方案与车辆荷载分配之间的关系模型，其数学规划模型（3.27）形式如下：

$$\min Z(v, d) = \sum_{\alpha \in A} \int_0^{v_\alpha} t_\alpha(\omega) d\omega + \frac{1}{\phi} \sum_{\alpha \in A} v_\alpha x_\alpha l_\alpha - \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (3.27a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, \quad r \in R, s \in S \quad (3.27b)$$

$$v_\alpha = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{\alpha k}, \quad \alpha \in A \quad (3.27c)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad r \in R, s \in S, k \in K_{rs} \quad (3.27d)$$

该数学规划模型的目标函数 $Z(v, d)$ 是对出行成本函数积分的和，并没有直观的物理函数，是一种推导满足用户均衡原则解的数学手段。模型的约束条件类似于经典的 Beckmann 交通均衡分配模型中的约束条件。其中，约束（3.27b）表示 OD 间各条路径上的车辆荷载之和等于 OD 间的车辆荷载总量；约束（3.27c）表示路段上的车辆荷载是由路径上经过该路段的车辆荷载累计而成；约束（3.27d）表示各路径上的车辆荷载非负。

3.3.3 模型与用户均衡条件等价性证明

上一小节建立的数学规划模型（3-27）的目标函数是极小值问题，约束条件包括线性等式和非负值，这种数学规划问题的任意局部最优解满足一阶条件（K-T 条件）。所以，如果证明该数学规划模型的一阶条件与用户均衡条件等价，那么说明该模型的解遵循用户均衡原则，即证明了该模型与用户均衡原则等价。

首先，对目标函数（3-27a）进行改写，如下所示：

$$\min Z(v, d) = \min \{(Z_1(v) - Z_2(d))\} \quad (3.28)$$

其中：

$$Z_1(v) = \sum_{\alpha \in A} \int_0^{v_\alpha} t_\alpha(\omega) d\omega + \frac{1}{\phi} \sum_{\alpha \in A} v_\alpha x_\alpha l_\alpha \quad (3.29)$$

$$Z_2(d) = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (3.30)$$

由于 $v_\alpha = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{\alpha k} = v(f)$, $\alpha \in A$ ，所以原数学规划问题的拉格朗日函数如下：

数如下：

$$L(f, d, u) = Z_1[v(f)] - Z_2(d) + \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \mu_{rs} (d_{rs} - \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k) \quad (3.31)$$

式中： μ_{rs} ——原数学规划模型约束（3.27b）对应的拉格朗日乘子；

上述拉格朗日函数（3.31）的变量是路径车辆荷载 f_{rs}^k 、车辆荷载总量 d_{rs} 和拉格朗日乘子 μ_{rs} 。根据 K-T 条件，原数学规划模型（3.27）的一阶条件为：

$$f_{rs}^k \frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial f_{rs}^k} = 0, \quad \forall k, r, s \quad (3.32a)$$

$$\frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial f_{rs}^k} \geq 0, \quad \forall k, r, s \quad (3.32b)$$

$$d_{rs} \frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial d_{rs}} = 0, \quad \forall r, s \quad (3.32c)$$

$$\frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial d_{rs}} \geq 0, \quad \forall r, s \quad (3.32d)$$

$$\frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial \mu_{rs}} = 0, \quad \forall r, s \quad (3.32e)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad \forall k, r, s \quad (3.32f)$$

$$d_{rs} \geq 0, \quad \forall r, s \quad (3.32g)$$

对拉格朗日函数（3.31）求偏导，可以得出：

$$\frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial f_{mn}^l} = \frac{\partial Z_1[v(f)]}{\partial f_{mn}^l} - \frac{\partial Z_2(d)}{\partial f_{mn}^l} + \frac{\partial}{\partial f_{mn}^l} \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \mu_{rs} (d_{rs} - \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k) \quad (3.33)$$

其中车辆荷载总量 d_{rs} 和拉格朗日乘子 μ_{rs} 都不是路径车辆荷载 f_{rs}^k 的函数，故：

$$\frac{\partial Z_2(d)}{\partial f_{mn}^l} = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial f_{mn}^l} \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \mu_{rs} (d_{rs} - \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k) = -\mu_{mn} \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial Z_1[v(f)]}{\partial f_{mn}^l} = \sum_{b \in A} \frac{\partial Z_1(v)}{\partial v_b} \frac{\partial v_b(f)}{\partial f_{mn}^l} \quad (3.36)$$

$$\text{其中: } \frac{\partial Z_1(v)}{\partial v_b} = \frac{\partial}{\partial v_b} \left[\sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega) d\omega + \frac{1}{\varphi} \sum_{a \in A} v_a x_a l_a \right] = t_b(v_b) + \frac{1}{\varphi} x_b l_b \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial v_b(f)}{\partial f_{mn}^l} = \frac{\partial}{\partial f_{mn}^l} \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak} = \delta_{mn}^{bl} \quad (3.38)$$

故

$$\frac{\partial Z_1[v(f)]}{\partial f_{mn}^l} = \sum_{b \in A} \frac{\partial Z_1(v)}{\partial v_b} \frac{\partial v_b(f)}{\partial f_{mn}^l} = \sum_{b \in A} [t_b(v_b) + \frac{1}{\varphi} x_b l_b] \delta_{mn}^{bl} = c_{mn}^l \quad (3.39)$$

所以可以得出:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial f_{mn}^l} &= \frac{\partial Z_1[v(f)]}{\partial f_{mn}^l} - \frac{\partial Z_2(d)}{\partial f_{mn}^l} + \frac{\partial}{\partial f_{mn}^l} \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \mu_{rs} (d_{rs} - \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k) \\ &= c_{mn}^l - \mu_{mn} \end{aligned} \quad (3.40)$$

同样, 可以推导出:

$$\frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial d_{rs}} = -D_{rs}^{-1}(d_{rs}) + \mu_{rs} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial L(f, d, \mu)}{\partial \mu_{rs}} = d_{rs} - \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \quad (3.42)$$

将上述求导结果代入原来的一阶条件 (3.32) 中, 可以得到等价一阶条件如下:

$$f_{rs}^k (c_{rs}^k - \mu_{rs}) = 0, \quad \forall k, r, s \quad (3.43a)$$

$$c_{rs}^k - \mu_{rs} \geq 0, \quad \forall k, r, s \quad (3.43b)$$

$$d_{rs} [-D_{rs}^{-1}(d_{rs}) + \mu_{rs}] = 0, \quad \forall r, s \quad (3.43c)$$

$$-D_{rs}^{-1}(d_{rs}) + \mu_{rs} \geq 0, \quad \forall r, s \quad (3.43d)$$

$$d_{rs} - \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = 0, \quad \forall r, s \quad (3.43e)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad \forall k, r, s \quad (3.43f)$$

$$d_{rs} \geq 0, \quad \forall r, s \quad (3.43g)$$

从条件 (3.43a) 和 (3.43b) 可知, 当路径车辆荷载 $f_{rs}^k = 0$ 时, $c_{rs}^k \geq \mu_{rs}$; 当 $f_{rs}^k \geq 0$ 时, $c_{rs}^k = \mu_{rs}$ 。这表明, 道路使用者选择 OD 对 (r, s) 间的任意路径的出行成本都大于或等于拉格朗日算子 μ_{rs} 。因此 μ_{rs} 是出行路径中的最小出行成本。从条件 (3.43c) 和 (3.43d) 可知, 当 OD 对 (r, s) 间的车辆荷载总量 $d_{rs} > 0$ 时, $\mu_{rs} = D_{rs}^{-1}(d_{rs})$, 也即 $D_{rs}(\mu_{rs}) = d_{rs}$, 表示 OD 对 (r, s) 间的车辆荷载总量 d_{rs} 由 μ_{rs} 决定, 也即 μ_{rs} 是出行路径中的最小出行成本; 当 OD 对 (r, s) 间的车辆荷载总量 $d_{rs} = 0$ 时, $\mu_{rs} \geq D_{rs}^{-1}(d_{rs}) = c_{rs,max}^k$, 表示所有路径的出行成本太大, 所有的需求都被抑制, 所以车辆荷载不存在。条件 (3.43e)、(3.43f) 和 (3.43g) 为路段与路径车辆荷载流量守恒及非负约束。

从条件 (3.43) 可以看出, OD 对 (r, s) 间的任意路径可以划分为两种: 一种是路径上存在车辆荷载, 那么该路径的出行成本等于最小出行成本, 即拉格朗日乘子 μ_{rs} ; 另一种是路径上没有车辆荷载, 那么该路径的出行成本总是大于或等于最小出行成本 μ_{rs} 。这也说明道路使用者不能仅通过单方面改变出行路径而降低出行成本了, 从而证明了建立的数学规划模型 (3.27) 的解等同于 wardrop 提出的用户均衡条件的解。

3.3.4 模型解的唯一性证明

数学规划模型 (3.27) 是由目标函数、线性等式约束和非负条件构成。根据非线性规划理论, 对于规划 (3.44) 问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & Z = f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x) \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \dots \end{aligned} \quad (3.44)$$

如果目标函数 $f(x)$ 是凸函数, 所有约束条件函数 $g_i(x)$ 都是凹函数, 那么该规划问题为凸规划问题。而凸规划问题的最优目标函数值是唯一的。如果目标函数 $f(x)$ 是严格凸的, 那么该规划问题是严格凸规划问题, 其最优解唯一。

对于数学规划模型 (3.27) 来说, 线性等式约束 (3.27b)、(3.27c) 和非负条件 (3.27d) 都是线性的, 而线性函数既是凸函数又是凹函数, 因此可以认为数学规划模型 (3.27) 的约束函数都是凹函数。如果目标函数 (3.27a) 是凸函数, 则数学规划模型 (3.27) 是一个凸规划问题, 最优目标函数值是唯一的。如果目标函数 (3.27a) 是严格凸函数, 那么最优解唯一。

要判断目标函数 (3.27a) 是否为凸函数, 可以通过检验其 Hessian 矩阵 $\nabla^2 Z(x)$ 的正定性。如上一小节所述, 目标函数 (3.27a) 可以改写为:

$$\min \quad Z(v, d) = \min \{ (Z_1(v) - Z_2(d)) \} \quad (3.45)$$

$$\text{其中: } Z_1(v) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega) d\omega + \frac{1}{\varphi} \sum_{a \in A} v_a x_a l_a \quad (3.46)$$

$$Z_2(d) = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (3.47)$$

对于 $Z_1(v)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_1(v)}{\partial v_m} &= \frac{\partial}{\partial v_m} \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega) d\omega + \frac{1}{\varphi} \sum_{a \in A} v_a x_a l_a \\ &= t_m(v_m) + \frac{1}{\varphi} v_m x_m l_m = T_m(v_m, x_m) \end{aligned} \quad (3.48)$$

在该数学规划模型中, 假定各路段上的出行成本只与该路段上的车辆荷载有关, 而与其他路段上的车辆荷载没有关系, 出行成本是车辆荷载的严格增函数, 即:

$$\frac{\partial T_m(v_m, x_m)}{\partial v_n} = \begin{cases} \frac{dT_m(v_m, x_m)}{dv_n}, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases} \quad (3.49)$$

$$\frac{dT_m(v_m, x_m)}{dv_m} > 0, \forall m \quad (3.50)$$

所以 $Z_1(v)$ 的 Hessian 矩阵:

$$\begin{aligned} \nabla^2 Z_1(v) &= \frac{\partial^2 Z(v_a, x_a)}{\partial v_m \partial v_n} = \frac{\partial}{\partial v_n} T_m(v_m, x_m) = \begin{cases} \frac{dT_m(v_m, x_m)}{dv_n}, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{dT_1(v_1, x_1)}{dv_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{dT_2(v_2, x_2)}{dv_2} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{dT_A(v_A, x_A)}{dv_A} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.51)$$

由于 $\frac{dT_m(v_m, x_m)}{dv_m} > 0, \forall m$, 所以 $\nabla^2 Z_1(x)$ 是正定的, $Z_1(v)$ 是严格凸函数。

同理, 假定需求函数 $D_{rs}(\mu_{rs})$ 是 μ_{rs} 的单调减函数, 且 OD 对 (r, s) 间的需求量只与 (r, s) 间的最小出行成本有关, 可以证明是 $Z_2(d)$ 的 Hessian 矩阵是负定的, 即是 $Z_2(d)$ 严格凹函数, 故 $Z_2(d)$ 是严格凸函数。所以目标函数 $Z(v, d) =$

$Z_1(v) - Z_2(d)$ 是严格凸函数。

综上所述，原数学规划模型（3.27）的目标函数是严格凸函数，其约束集都是凹函数，所以该模型是严格凸规划问题，其最优解存在且唯一。

3.3.5 模型的求解算法

Frank-Wolfe (F-W) 算法是求解用户均衡分配模型的有效算法，该方法是一种迭代法，主要由两个部分组成：一是找到每步迭代中的最速下降方向；二是确定每步迭代的最优步长。本小节中将讨论利用 F-W 算法求解数学规划模型(3.27)的最优解。根据 F-W 算法求解凸规划问题的步骤，当迭代次数为 n 时，最速下降方向可以通过目标函数的近似线性函数的最优解确定：

由于原数学规划（3.27）的目标函数

$$\min Z(v, d) = \min \{(Z_1(v) - Z_2(d))\} \quad (3.52)$$

而

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak} = v(f) \quad (3.53)$$

$$d_{rs} = \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d(f) \quad (3.54)$$

所以原问题又可以写成 $\min Z(v, d) = \min Z(f)$ ，故

$$\begin{aligned} Z^n(\hat{f}) &= \nabla Z^{(n)}(f) \hat{f}_{rs}^k = \sum_{k \in K_{rs}} \frac{\partial Z^{(n)}(f)}{\partial f_i} \hat{f}_{rs}^k \\ &= \sum_{k \in K_{rs}} \left(\frac{\partial Z_1^{(n)}(v)}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial f_i} - \frac{\partial Z_2^{(n)}(d)}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial f_i} \right) \hat{f}_{rs}^k = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} [c_{rs}^{k(n)} - D_{rs}^{-1}(d_{rs}^{(n)})] \hat{f}_{rs}^k \end{aligned} \quad (3.55)$$

因此求解下列线性规划问题得到可以得到目标函数的最速下降方向：

$$\min Z^{(n)}(\hat{f}) = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} [c_{rs}^{k(n)} - D_{rs}^{-1}(d_{rs}^{(n)})] \hat{f}_{rs}^k \quad (3.56a)$$

$$s.t. \quad \hat{f}_{rs}^{k(n)} \geq 0, \quad r \in R, s \in S, k \in K_{rs} \quad (3.56b)$$

$$\sum_{k \in K_{rs}} \hat{f}_{rs}^k \leq \hat{d}_{rs}^{(n)}, \quad r \in R, s \in S \quad (3.56c)$$

式中： $\hat{d}_{rs}^{(n)}$ 表示第 n 次迭代时 OD 对 (r, s) 间的需求量的上限； $\hat{f}_{rs}^{k(n)}$ 表示第 n 次迭代时 OD 对 (r, s) 间路径 k 上的车辆荷载； $c_{rs}^{k(n)}$ 表示第 n 次迭代时 OD 对 (r, s) 间路径 k 的出行成本。

对线性规划问题（3.56）进行分析可知，令 $\mu_{rs}^{(n)} = \min\{c_{rs}^{k(n)} \mid k \in K_{rs}\}$ ，

$l = \{k \mid \min c_{rs}^{k(n)}, k \in K_{rs}\}$, 那么:

当 $\mu_{rs}^{(n)} > D_{rs}^{-1}(d_{rs}^{(n)})$ 时, 那么线性规划 (3.56) 的最优解为 $\hat{f}_{rs}^{k(n)} = 0, k \in K_{rs}$; 即由于出行成本较高, 没有产生新的车辆荷载流可以分配;

当 $\mu_{rs}^{(n)} \leq D_{rs}^{-1}(d_{rs}^{(n)})$ 时, 那么线性规划 (3.56) 的最优解为 $\hat{f}_{rs}^{l(n)} = \hat{d}_{rs}^{(n)}$ 和 $\hat{f}_{rs}^{k(n)} = 0, \forall k \neq l$; 即如果出行成本不高, 那么将诱导产生的车辆荷载全部分配在最小出行成本的路径上;

根据再分配的结果, 可以计算 OD 对 (r, s) 间各路段车辆荷载和总需求量:

$$\hat{v}_a^{(n)} = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} \hat{f}_{rs}^{k(n)} \delta_{rs}^{ak} \quad (3.57)$$

$$\hat{d}_{rs}^{(n)} = \sum_{k \in K_{rs}} \hat{f}_{rs}^{k(n)} \quad (3.58)$$

所以得到目标函数的最速下降方向如下:

$$v_a^{(n)} - \hat{v}_a^{(n)} \quad (3.59)$$

$$d_{rs}^{(n)} - \hat{d}_{rs}^{(n)} \quad (3.60)$$

接下来是确定沿最速下降方向的最优迭代步长 $\lambda^{(n)}$ 。在 F-W 算法中, 用二分法求解下列一维极值问题可以得到最优步长。

$$\min Z(\lambda) = \sum_{\alpha \in A} \int_0^{v_a^{(n)} + \lambda^{(n)} [v_a^{(n)} - \hat{v}_a^{(n)}]} t_a(w) dw + \frac{1}{\varphi} \sum_{\alpha \in A} x_\alpha \{v_a^{(n)} + \lambda^{(n)} [v_a^{(n)} - \hat{v}_a^{(n)}]\} l_\alpha \quad (3.61a)$$

$$- \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}^{(n)} + \lambda^{(n)} [d_{rs}^{(n)} - \hat{d}_{rs}^{(n)}]} D_{rs}^{-1}(w) dw$$

$$s.t. \quad 0 \leq \lambda^{(n)} \leq 1 \quad (3.61b)$$

综上所述, 可以总结利用改进 F-W 算法求解数学规划模型 (3.27) 的具体步骤如下:

(1) 初始化: 找到一组满足数学规划模型 (3.27) 约束条件的路段车辆荷载 $\{v_a^{(1)} \mid \alpha \in A\}$ 和 OD 对 (r, s) 间需求量 $\{d_{rs}^{(1)} \mid r \in R, s \in S\}$; 置迭代次数 $n = 1$ 。

(2) 更新: 计算第 n 次迭代时的路网参数:

$$T_a^{(n)}(v_a^{(n)}, x_a) = t_a(v_a^{(n)}) + \frac{1}{\varphi} x_a v_a^{(n)} l_a, \quad \alpha \in A \quad (3.62)$$

$$D_{rs}^{-1}(d_{rs}^{(n)}) \quad (3.63)$$

(3) 寻找最速下降方向: 求解照线性规划问题 (3.56) 的最优解来确定最速下降方向:

$$v_a^{(n)} - \hat{v}_a^{(n)} \quad (3.64)$$

$$d_{rs}^{(n)} - \hat{d}_{rs}^{(n)} \quad (3.65)$$

(4) 确定最优步长：用二分法求解一维极值问题 (3.61) 的最优解，得到最优步长 $\lambda^{(n)}$ ；

(5) 更新各路段的车辆荷载和 OD 对 (r, s) 间需求量：

$$v_a^{n+1} = v_a^{(n)} + \lambda^{(n)} [v_a^{(n)} - \hat{v}_a^{(n)}] \quad (3.66)$$

$$d_{rs}^{(n+1)} = d_{rs}^{(n)} + \lambda^{(n)} [d_{rs}^{(n)} - \hat{d}_{rs}^{(n)}] \quad (3.67)$$

(6) 收敛性检验：如果满足：

$$\frac{\sqrt{\sum_{a \in A} (v_a^{(n+1)} - v_a^{(n)})^2}}{\sum_{a \in A} v_a^{(n)}} + \frac{\sqrt{\sum_{r \in R} \sum_{s \in S} (d_{rs}^{(n+1)} - d_{rs}^{(n)})^2}}{\sum_{a \in A} v_a^{(n)}} \leq \sigma \quad (3.68)$$

那么迭代停止；否则令 $n=n+1$ ，转第二步。

3.4 本章小结

路网中车辆荷载分配是高速公路使用者对道路选择使用的结果，收费方案会影响使用者出行行为的选择，从而改变路网中车辆荷载的分配情况。本章首先回顾了固定需求下的用户均衡交通分配模型、弹性需求下的用户均衡交通分配模型、固定需求下的系统最优交通分配模型和弹性需求下的系统最优交通分配模型这四种经典交通分配模型。然后讨论了交通分配与车辆荷载分配之间的联系。最后，通过分析影响道路使用者出行路径选择的因素，确定了由出行时间和道路收费构成的出行成本函数，并考虑出行成本对出行需求的影响，根据用户均衡的基本原则，以弹性需求下的用户均衡交通分配模型为基础，建立了收费方案与车辆荷载分配之间的关系模型，运用数学推导证明了该模型与用户均衡条件之间的等效性以及模型解的唯一性，并通过改进 F-W 算法对模型进行求解。

第4章 路网损坏—荷载分配模型

本文中,路网损坏是指一定时期内构成高速公路网的所有道路的路面损坏之总量(不包括路面以外的其他设施)。根据路面结构行为理论,车辆荷载是引起路面损坏的主要原因。在相同道路等级的高速公路上,不同的车辆荷载对路面损坏不尽相同;即使同一条高速公路在不同时期,相同的车辆荷载对路面结构产生的损害也有所差异。因此,对一个路网而言,在满足交通需求的情况下,可以通过调节各条道路上的车辆荷载分配状况来减少整个路网的损坏程度,这也是本文研究面向养护的高速公路收费优化方法的基础和重点。本章的主要内容是建立路网损坏与车辆荷载分配之间的定量关系模型,为后文构建高速公路收费优化模型奠定基础。

4.1 路面损坏评价

4.1.1 路面状况指数计算

路面在车辆荷载等因素作用下会引发各种各样形态和特征的损坏,而这些损坏又分为不同的严重程度和范围。换句话说,路面损坏一般表征为损坏类型、损坏严重程度和损坏范围三个方面的特征。为了能够使不同的路面损坏现象的评价结果具有可比性,需要采用一个综合指标来表征上述的三个方面特征。目前,路面状况指数(Pavement Condition Index, PCI)被广泛用于路面损坏的综合评价。计算公式如下^[1,62,63]:

$$PCI = PCI_0 - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n DP_{ij} \times \omega_{ij} \quad (4.1)$$

式中: PCI — — — 路面状况指数的评分

PCI_0 — — — 路面状况指数的初始评分,一般取 100;

DP_{ij} — — — 各种损坏类别和损坏严重程度的单项扣分值;

ω_{ij} — — — 各种损坏类别和损坏严重程度的权重,其取值与坏类别和损坏严重程度的单项扣分值与路面损坏的总扣分值的比值有关,可以通过权变函数得到;

4.1.2 路面使用性能衰变方程

路面在使用过程中,随着时间的推移,在车辆荷载和环境因素的影响作用下,路面状况不断恶化,使用性能逐渐下降。由于影响因素的复杂性和路面结构本身的差异导致路面使用性能的衰变会出现多种模式。同济大学孙立军教授等人在综合国外路面使用性能的研究成果的基础上,结合对国内部分省市(或地区)路面使用性能实际变化状况的分析,将路面使用性能的不同衰变过程归结为4种典型模式,为了能够正确反映路面性能衰变的全过程,经过大量的分析和深入研究,提出了如下所示的衰变方程^[64]:

$$PPI = PPI_0 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\alpha}{y} \right)^\beta \right] \right\} \quad (4.2)$$

式中, PPI——使用性能指数 (PCI, RQI 或其综合); PPI₀——初始使用性能指数; y——路龄; α——模型参数, 寿命因子; β——模型参数, 形状因子。

模型中寿命因子 和形状因子 能够唯一确定 的衰变过程,也即参数(α, β) 与路况指数的衰变曲线是一一对应的,故所有影响路面性能的因素都将影响(α, β) 的数值。为了能够定量反映交通轴载对路面性能的影响,本研究采用如下模型计算参数 α 和 β^[1]:

$$\alpha = \lambda \{ 1 - \exp[-(\eta/l_0)^\zeta] \} \quad (4.3a)$$

$$\lambda = a_1 h^{b_1} ESAL^{c_1} \quad (4.3b)$$

$$\eta = a_2 h^{b_2} ESAL^{c_2} \quad (4.3c)$$

$$\zeta = a_3 h^{b_3} ESAL^{c_3} \quad (4.3d)$$

$$\beta = a_4 h^{b_4} ESAL^{c_4} l_0^d \quad (4.3e)$$

式中: α — — — 模型参数, 路面寿命因子;

β — — — 模型参数, 形状因子;

h — — — 新建路面面层厚度, cm, 即沥青层厚度;

ESAL — — — 标准轴次, 次/(日·车道);

l₀ — — — 初始弯沉, 0.01mm;

a, b, c, d — — — 回归系数, 如表 4.1 和 4.2 所示;

表 4.1 α 中的各回归参数值 (BZZ-100)

基层		a	b	c	n	R ²	F
半刚性	λ	15.7238	0.5861	-0.2064	65	0.5460	37.29
	η	119.66	-0.1124	-0.1053	64	0.5880	88.50
	ζ	1.5247	-0.1016	-0.0986	60	0.5221	31.12
碎砾石	λ	15.3278	0.5752	-0.2292	49	0.5096	23.91
	η	154.8279	-0.1205	-0.1162	47	0.6187	73.02
	ζ	1.3573	-0.1123	-0.0884	42	0.5182	20.97

表 4.2 β 中各回归参数值 (BZZ-100)

基层	a	b	c	d	n	R ²	F
半刚性	0.6536	0.3349	-0.0255	-0.0981	62	0.5457	22.23
碎砾石	0.6681	0.3167	-0.0324	-0.1238	44	0.5174	14.29

4.2 建立路网损坏—荷载分配的数学模型

4.2.1 路网损坏的定量描述

为了建立路网损坏与车辆荷载分配之间的关系模型,首先需要找到能够量化车辆荷载分配和路网损坏两者的指标。对于车辆荷载分配,可以参照《公路沥青路面设计规范》(JTGD50-2006),按等效的原则,考虑车道系数,将不同车型、不同轴载作用次数换算为一个车道上的日累计当量轴次(与标准轴载 100KN 相当的轴载作用次数),用日累计当量轴次(以下简称“ESAL”)描述高速公路路网中车辆荷载的分配情况。对于路网损坏,首先需要得到构成该路网的每条道路的路面损坏,然后再进行累计求和得出路网损坏。尽管路面状况指数(PCI)能够定量表征不同形态特征和程度的路面损坏情况,但是该指标是一个状态结果指标,而路面损坏是一个逐步累积的过程,因此不能直接用路面状况指数来表征路面损坏。

路面管理当中,路面维修效益最大化是管理优化决策的重要目标。传统的路面维修效益的定义是指:在分析期内,道路管理者和道路使用者得到的直接或间接效益,通常是以货币为单位进行衡量。但是,由于计算传统的路面维修效益需

要准确地计算出道路管理者和使用者的各项费用，这是十分困难的，因此也制约了该方法在实际中的应用。所以，有的道路管理者和学者提出用表征路面性能指标（如路面平整度、路况指数、横向力系数等）的曲线下的面积表示路面维修效益。如美国亚利桑那州的路面管理系统将路面维修效益定义为：10 年规划期内处于路面状况指数 PCI 曲线以下的折现面积与 10 年规划期后的残值面积之和。如图 4.1 所示^[65]。在加拿大阿尔伯达省的路面管理系统（RIPPS）中也采用了类似的概念来表示路面维修效益。这种替代法的客观依据是，当路面使用性能越好时，一方面性能曲线以下的面积越大，另一方面该道路提供的服务水平也越高，道路管理者需要投入的养护成本和道路使用者的资源消耗也越少，所以可以用性能曲线以下的面积指标来表征维修效益。

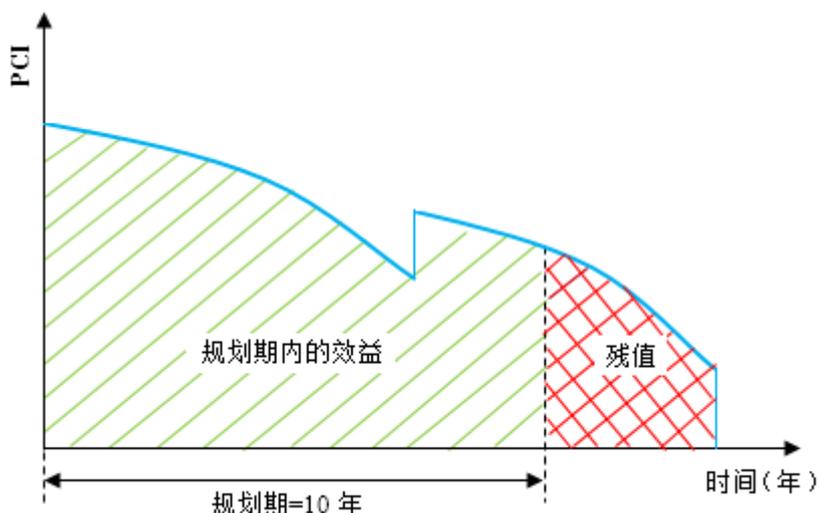


图 4.1 美国亚利桑那州的路面管理系统路面维修效益计算方法

基于上述效益面积替代传统效益的思想，本文中提出损坏面积来量化路面损坏，其具体定义是，在规划期内以初始路面性能指标值作平行于 x 轴的直线和以路面性能指标曲线所围成面积。如图 4.2 所示。该替代法的客观依据是，当道路上没有车辆荷载时，忽略环境等因素的影响，那么道路的使用性能不变，反映在路面使用性能曲线上则是以路面初始性能值为纵坐标的平行于 x 轴的直线，此时的效益面积为该直线以下的面积。当道路上存在车辆荷载时，那么该道路的效益面积为路面性能曲线以下的面积。所以这两个效益面积之差，即在规划期内以初始路面性能指标值作平行于 x 轴的直线和以路面性能指标曲线所围成面积，是由于道路上的车辆荷载引起的。当车辆荷载越大，损坏面积也将越大，路面损坏也将越大。所以，可以通过采用损坏面积的替代方法来量化路面损坏。

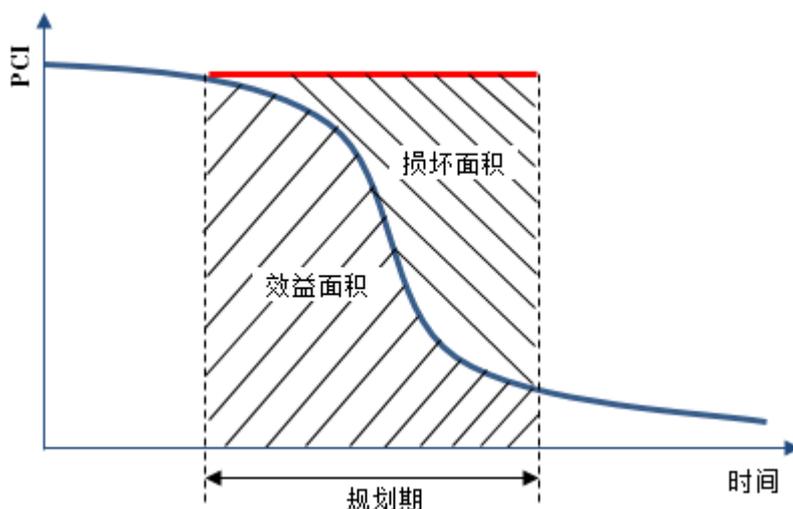


图 4.2 损坏面积与效益面积示意图

根据沥青路面结构行为理论，在相同道路等级的高速公路上，不同的车辆荷载对路面损坏是不一样的；即使是对同一条高速公路在不同时期，相同的车辆荷载对路面结构产生的损害也是不一样的。损坏面积的概念也能够直观的描述这一规律，如图 4.3 和 4.4 所示。

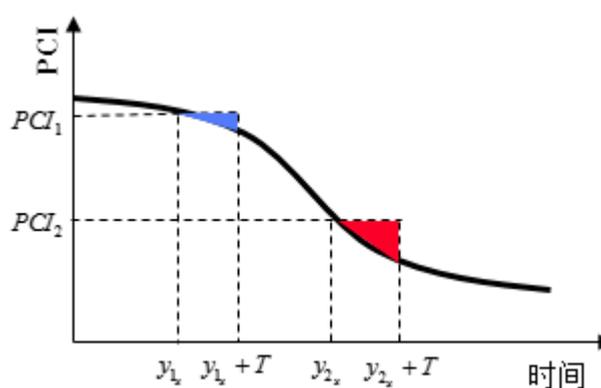


图 4.3 不同时期的损坏面积示意图

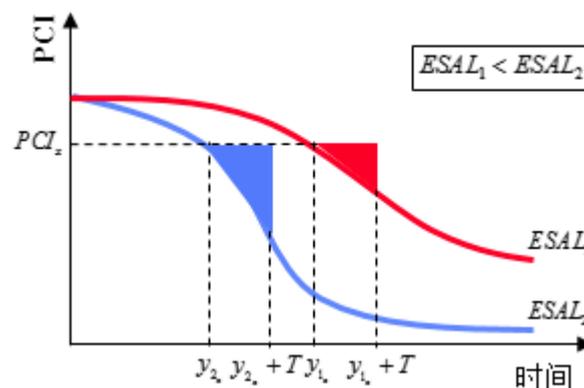


图 4.4 不同车辆荷载的损坏面积示意图

4.2.2 模型的数学形式

由 PCI 的性能衰变方程及相应的参数的表达式可知，在常见范围内，车辆荷载对 PCI 衰变的影响是单调的。随着交通荷载的增大，PCI 衰变不断加快，如下图 4.5 所示：

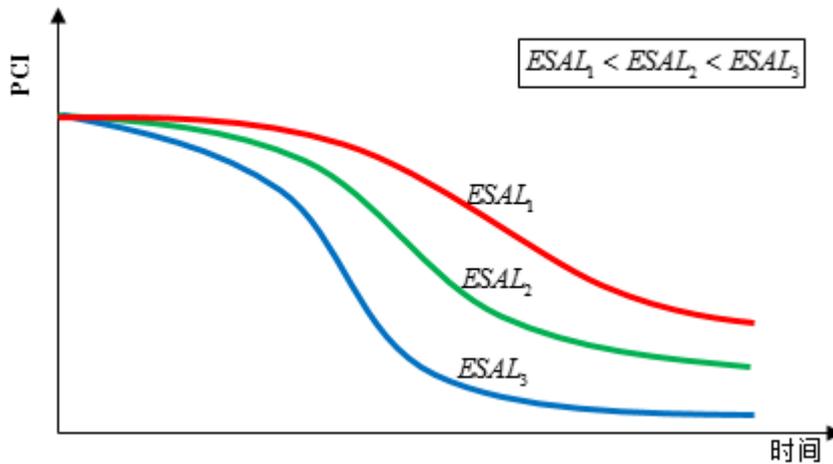


图 4.5 不同交通荷载对 PCI 衰变影响示意图

从图 4.5 可以看出，当改变道路上的车辆荷载时，PCI 衰变情况也会发生变化，相应的损坏面积也将发生变化，这也是优化路网中道路上车辆荷载分配的基础。根据上一小节分析，可以通过损坏面积来表征路面损坏，而损坏面积是通过积分衰变曲线得到的。假设某条道路在使用若干年后的路况指数为 PCI_x ，由于不同车辆荷载条件下 PCI 的衰变情况也不一样，故在不同车辆荷载作用下衰变到路况指数为 PCI_x 的年限也不同，如下图 4.6 所示。为了计算损坏面积，首先需要求出 PCI 衰变到 PCI_x 时的路面使用年限 y_x 。

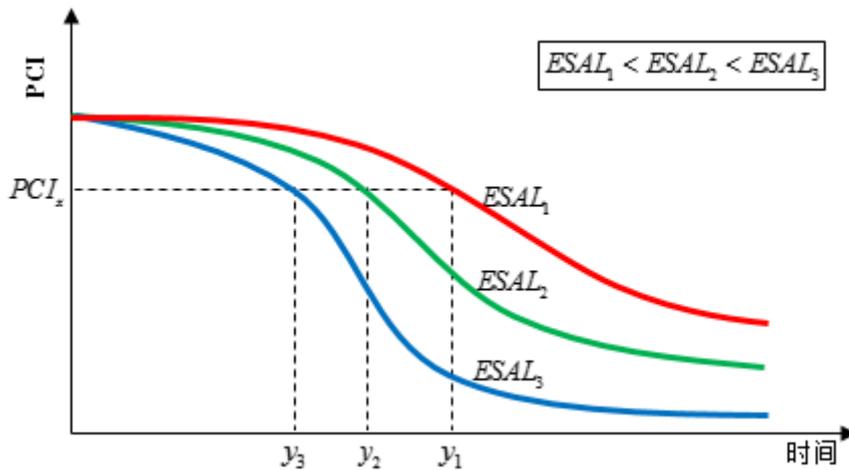


图 4.6 不同车辆荷载作用下的路面使用年限示意图

根据 PCI 衰变方程，可以推导路面状况指数 PCI 与使用年限之间的定量关系：

$$PCI_x = PCI_0 \{1 - \exp[-\alpha/y]^\beta\} \quad (4.4)$$

由该衰变方程可以反推出当路面状况指数 PCI 衰变到 PCI_x 时的已使用年限 y_x , 如下公式:

$$y(x) = \alpha / \sqrt[\beta]{\ln[PCI_0 / (PCI_0 - PCI_x)]} \quad (4.5)$$

所以在规划期 T 内道路的损坏面积可以表示为:

$$S = \int_{y(x)}^{y(x)+T} PCI_x - PCI_0 \{1 - \exp[-(\alpha / y)^\beta]\} dy \quad (4.6a)$$

$$\text{其中:} \quad \alpha = \lambda \{1 - \exp[-(\eta / l_0)^\zeta]\} \quad (4.6b)$$

$$\lambda = a_1 h^{b_1} ESAL^{c_1} \quad (4.6c)$$

$$\eta = a_2 h^{b_2} ESAL^{c_2} \quad (4.6d)$$

$$\zeta = a_3 h^{b_3} ESAL^{c_3} \quad (4.6e)$$

$$\beta = a_4 h^{b_4} ESAL^{c_4} l_0^d \quad (4.6f)$$

综上所述, 可以建立路网损坏与车辆荷载之间的关系模型。假设路网是由 n 条路段组成, 第 i 条路段的沥青层厚度为 h_i , 初始弯沉为 l_{0i} , 设计轴载为 $ESAL_{0i}$, 实际车辆荷载为 $ESAL_i$, 当前路况指数为 PCI_{x_i} , 车道个数为 m_i , 里程数为 s_i , 规划期为 T 。模型的数学形式如下:

$$Z = \sum_{i=1}^n m_i \cdot s_i \cdot \int_{y_i(x)}^{y_i(x)+T} PCI_{x_i} - PCI_0 \{1 - \exp[-(\alpha_i / y)^\beta]\} dy \quad (4.7a)$$

$$s.t. \quad \alpha_i = \lambda_i \{1 - \exp[-(\eta_i / l_{0i})^{\zeta_i}]\} \quad (4.7b)$$

$$\lambda_i = a_1 h_i^{b_1} ESAL_i^{c_1} \quad (4.7c)$$

$$\eta_i = a_2 h_i^{b_2} ESAL_i^{c_2} \quad (4.7d)$$

$$\zeta_i = a_3 h_i^{b_3} ESAL_i^{c_3} \quad (4.7e)$$

$$\beta_i = a_4 h_i^{b_4} ESAL_i^{c_4} l_{0i}^d \quad (4.7f)$$

$$y_i(x) = \alpha_i / \sqrt[\beta_i]{\ln[PCI_0 / (PCI_0 - PCI_{x_i})]} \quad (4.7g)$$

$$0 \leq ESAL_i \leq ESAL_{0i} \quad (4.7h)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (4.7i)$$

4.2.3 简单算例

下面以一个简单的路网为例来说明路网损坏与车辆荷载分配之间的关系。如图 4.7 所示。

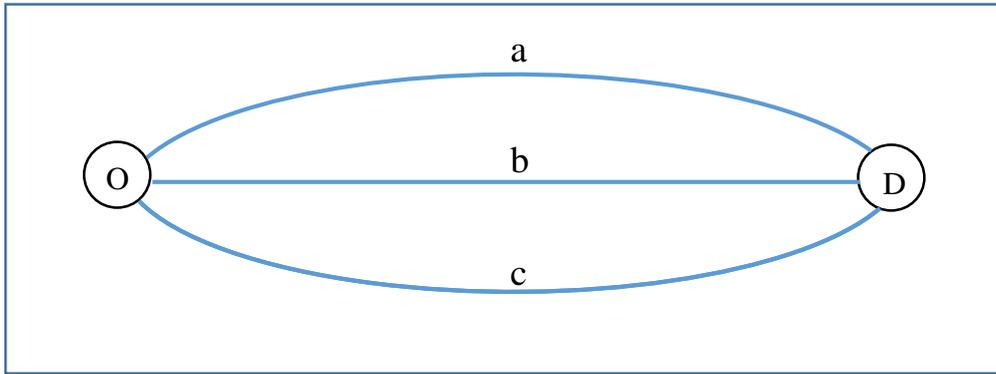


图 4.7 算例

在该路网中，出发地（O）和目的地（D）之间有三个路段可供道路使用者选择，分别标记为路段 a、路段 b 和路段 c。路段的基本属性参数如下表 4.3 所示。

表 4.3 路网的属性参数

路段	PCI_x	$h_i(cm)$	$l_{0_i}(mm)$	$ESAL_{0_i}$	m_i	s_i
a	90	15	25	800	1	10
b	80	9	35	800	1	10
c	95	15	25	800	1	10

假定 OD 两地之间的车辆荷载总量是 1200 次/日（标准轴载），规划期为 5 年，采用枚举法，以 $\nabla ESAL = 10$ 为步长来调整路网上的车辆荷载分配，可以得到 4456 种不同的车辆荷载分配方案，每种分配方案也对应着不同的损坏面积，不同分配方案的路网损坏结果如图 4.8 所示。

对 4456 种的车辆荷载分配方案对应的路网损坏从小到大进行排序，找出其中路网损坏最小的 10 种方案和路网损坏最大对应的车辆荷载分配方案，如表 4.4 所示。

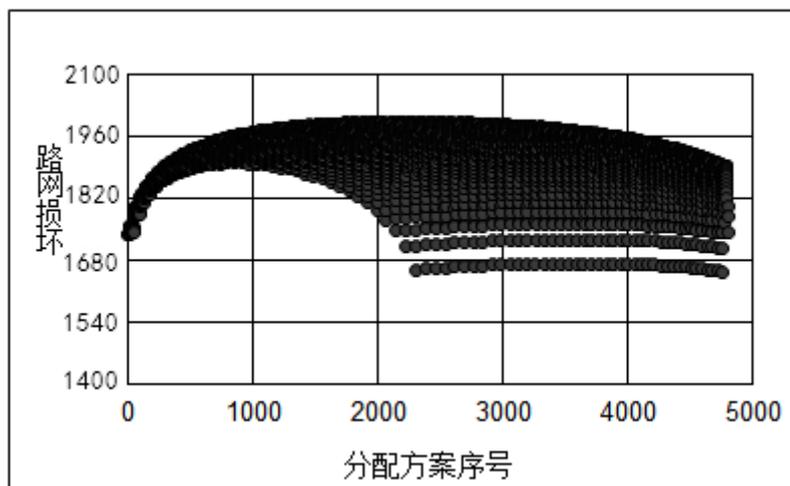


图 4.8 不同车辆荷载分配对应的路网损坏结果图

表 4.4 最大与最小路网损坏对应的车辆荷载分配方案对比

序号	路段 a	路段 b	路段 c	路网损坏
1	800	10	390	1644.7
2	790	10	400	1646.4
3	780	10	410	1648.0
4	770	10	420	1649.7
5	390	10	800	1650.3
6	760	10	430	1651.1
7	400	10	790	1651.7
8	750	10	440	1652.5
9	410	10	780	1653.1
10	400	10	790	1654.2
4456	240	500	460	2059.7

从图 4.8 和表 4.4 可以看出，不同的车辆荷载分配方案对应的路网损坏是不同的，而且最小路网损坏与最大路网损坏之间的差距明显，达到 25%（最小路网损坏是 1644.7，而最大路网损坏是 2059.7），这说明在车辆荷载总量一定的情况下，荷载分配对路网损坏的影响明显，如果路网中荷载分配合理，将会大大减少整个路网的损坏，那么路网能够为使用者提供更好的服务水平，并且减少养护成本。其次，从路网损坏最小的 10 种荷载分配方案来看，路段 b 上的荷载量都没有发生变化（均为 10），说明路段 b 对荷载比较敏感，即路段 b 的损坏速率比较快，如果将荷载分配到路段 b 上，将会带来比较大的损坏，此时应该考虑对路段 b 采取养护措施，来减缓其损坏速率，这对道路管理部门来说是非常重要的。

4.3 本章小结

由于道路在不同的车辆荷载作用下，其路面损坏情况是不同的，所以可以通过调节路网中道路上车辆荷载的分配来减少路网中路面损坏总和。为了定量分析车辆荷载分配与路网损坏两者之间的关系，本章借鉴路面管理系统中以路面性能指标的曲线下的面积表示路面维修效益的思想，提出了以初始路面性能指标值为上限和以路面性能指标曲线为下限所围成面积来定量描述路面损坏量的方法。依据同济大学路面使用性能衰变模型并运用积分等数学手段，建立了路网损坏—荷载分配模型，从而定量反映路网损坏与车辆荷载分配之间的定量关系，并将该模型运用于一个简单算例，结果表明不同车辆荷载分配对应的路网损坏差异明显，合理的车辆荷载分配方案能够大幅度减少路面损坏。

第5章 双层规划数学模型及求解

本章以第二章建立的高速公路收费优化的双层规划概念模型为基本框架,根据收费—荷载分配模型确立的收费方案与车辆荷载分配之间的定量关系及路网损坏—荷载分配模型确立的路网损坏与车辆荷载分配之间的定量关系,可以得到面向养护的高速公路收费优化双层规划模型具体的数学形式,对该数学模型进行求解,确定最优收费方案。

5.1 双层规划模型的数学形式

5.1.1 下层模型的数学形式

路网中车辆荷载分配是高速公路使用者对道路选择使用的结果。影响高速公路使用者选择路径的因素主要包括行程时间、行驶距离、支付的通行费、车辆类型、运营成本、行驶安全性和舒适度及个人偏好等。正常情况下理性使用者会选择自己认为出行成本最小的路径作为出行路径,所以高速公路收费方案将影响使用者的出行行为,从而改变路网中车辆荷载的分配情况。本文以确定性用户均衡理论为基础,考虑出行成本对需求的影响,建立了弹性需求下的收费方案对车辆荷载分布的影响,如下所示:

$$\min Z(v, d) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega) d\omega + \frac{1}{\phi} \sum_{a \in A} v_a x_a l_a - \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (5.1a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, \quad r \in R, s \in S \quad (5.1b)$$

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \quad a \in A \quad (5.1c)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad r \in R, s \in S, k \in K_{rs} \quad (5.1d)$$

在第三章中收费—荷载分配模型中,已经证明了下层规划模型存在最优解并唯一,所以收费方案与车辆荷载分配是一一对应的。

5.1.2 上层模型的数学形式

上层模型是根据上层决策者(即高速公路管理者)的目标制定的目标函数,正如前文分析,高速管理者的目标是为了使其自身效益最大化,而效益是通过收

益损坏比来表征的,其意义是指路网中出行者的出行行为选择造成的单位路面损坏的收益。

路网中收入损坏比的表达式为:

$$F = \frac{\sum_{a \in A} x_a v_a l_a}{\sum_{a \in A} m_a \cdot s_a \cdot \int_{y_a(x)}^{y_a(x)+T} PCI_{x_a} - PCI_0 \{1 - \exp[-(\alpha_a / y)^{\beta_a}]\} dy} \quad (5.2)$$

故上层模型可以表示为:

$$\max F = \frac{\sum_{a \in A} x_a v_a l_a}{\sum_{a \in A} m_a \cdot s_a \cdot \int_{y_a(x)}^{y_a(x)+T} PCI_{x_a} - PCI_0 \{1 - \exp[-(\alpha_a / y)^{\beta_a}]\} dy} \quad (5.3a)$$

s.t.

$$\alpha_a = \lambda_a \{1 - \exp[-(\eta_a / l_{0_a})^{\zeta_a}]\} \quad (5.3b)$$

$$\lambda_a = a_1 h_a^{b_1} v_a^{c_1} \quad (5.3c)$$

$$\eta_a = a_2 h_a^{b_2} v_a^{c_2} \quad (5.3d)$$

$$\zeta_a = a_3 h_a^{b_3} v_a^{c_3} \quad (5.3e)$$

$$\beta_a = a_4 h_a^{b_4} v_a^{c_4} l_{0_a}^d \quad (5.3f)$$

$$y_a(x) = \alpha_a / \beta_a \sqrt{\ln[PCI_0 / (PCI_0 - PCI_{x_a})]} \quad (5.3g)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (5.3h)$$

$$a \in A \quad (5.3i)$$

其中 v_a 为路网中车辆荷载分配情况,由下层模型得到。

5.1.3 收费优化的双层规划模型数学形式

将上述得到的以管理者收益损坏比为目标的上层模型和以道路使用者出行成本最小为目标的下层模型组合在一起,形成下面双层规划模型,也即面向养护的高速公司收费双层规划模型(5.4):

上层规划:

$$\max F = \frac{\sum_{a \in A} x_a v_a l_a}{\sum_{a \in A} m_a \cdot s_a \cdot \int_{y_a(x)}^{y_a(x)+T} PCI_{x_a} - PCI_0 \{1 - \exp[-(\alpha_a / y)^{\beta_a}]\} dy} \quad (5.4a)$$

s.t.

$$x_{\min} \leq x_a \leq x_{\max} \quad (5.4b)$$

$$\alpha_a = \lambda_a \{1 - \exp[-(\eta_a / l_{0_a})^{\zeta_a}]\} \quad (5.4c)$$

$$\lambda_a = a_1 h_a^{b_1} v_a^{c_1} \quad (5.4d)$$

$$\eta_a = a_2 h_a^{b_2} v_a^{c_2} \quad (5.4e)$$

$$\zeta_a = a_3 h_a^{b_3} v_a^{c_3} \quad (5.4f)$$

$$\beta_a = a_4 h_a^{b_4} v_a^{c_4} l_{0_a}^d \quad (5.4g)$$

$$y_a(x) = \alpha_a / \beta_a \sqrt[\beta_a]{\ln[PCI_0 / (PCI_0 - PCI_{x_a})]} \quad (5.4h)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (5.4i)$$

$$a \in A \quad (5.4j)$$

其中 v_a 为路网中车辆荷载分配情况，由下层模型得到。

下层规划:

$$\min Z(v, d) = \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(\omega) d\omega + \frac{1}{\varphi} \sum_{a \in A} v_a x_a l_a - \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \int_0^{d_{rs}} D_{rs}^{-1}(w) dw \quad (5.4k)$$

s.t.

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k = d_{rs}, \quad r \in R, \quad s \in S \quad (5.4l)$$

$$v_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_{rs}^k \delta_{rs}^{ak}, \quad a \in A \quad (5.4m)$$

$$f_{rs}^k \geq 0, \quad r \in R, \quad s \in S, \quad k \in K_{rs} \quad (5.5n)$$

5.2 模型的求解

双层规划模型的求解难度较大,一方面因为双层规划问题是一个 NP-hard 问题,即使是很简单的双层线性规划问题也是 NP-hard 问题,不存在多项式求解算法;另外一个重要原因是即使双层规划上、下层中目标函数和约束函数都是线性的,它也可能是一个非凸问题,并且是非处处可微的,而非凸问题就意味着局部最优解的存在,从而很难找到全局最优解。目前常用的求解双层规划问题的算法包括^[51]: 经典算法(如线性规划、动态算法)、构造算法、迭代算法(如牛顿迭代法)以及启发式算法(遗传算法、神经网络)。每种算法都有各自的优缺点,适合于不同的场合。本文根据建立的面向养护的高速公路收费双层模型的特点,提出通过遗传算法(GA)来求解该模型。

5.2.1 遗传算法概述

遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是由美国 John Holland 教授等人首先提出并迅速发展起来的一种新型算法。它是一种基于生物自然选择和基因遗传学原理的优化搜索方法,它将“优胜劣汰,适者生存”的生物进化原理引入待优化参数形成的编码串群体中,按照一定的适应度函数及一系列遗传操作对各个个体进行筛选,从而使适应度高的个体得以保存,组成新的群体。新的群体包含上一代的大量信息,并引入了新的优于上一代的个体。这样反复遗传迭代,群体中各个个体的适应度不断提高,直到满足一定的极限条件。此时,群体中的适应度最高的个体即为待优化参数的最优解。遗传算法由于能够在复杂空间进行全局优化搜索的同时,对搜索空间基本没有限制性的假设,所以其在许多大规模的优化问题中得到了广泛的应用。

遗传算法有三个基本操作:选择(selection)、交叉(crossover)和变异(mutation)。遗传算法的基本流程图如下图 5.1 所示^[66,67,68]。

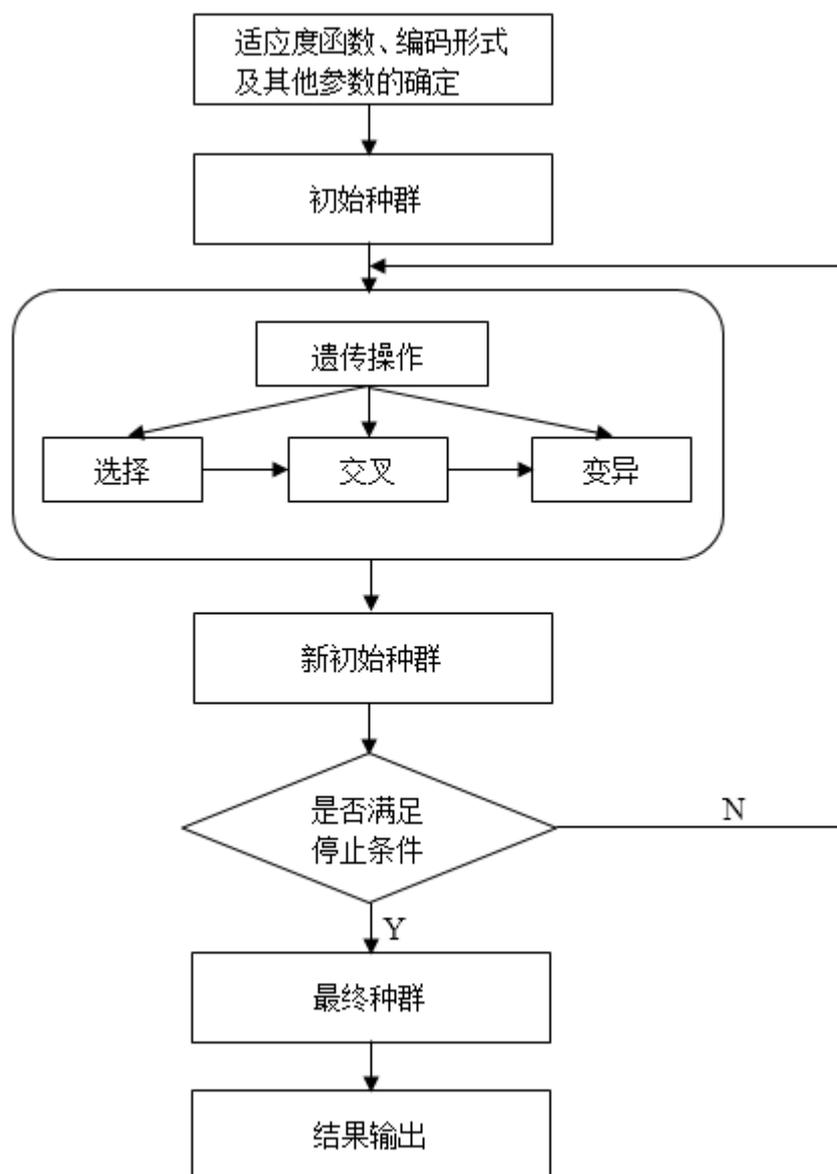


图 5.1 遗传算法的基本流程

5.2.2 遗传算法在求解模型中的应用

适应度函数：衡量种群中染色体生存能力的标准，适应度大的染色体其遗传至下一代种群的概率就大，反之则小。适应度函数的构造是整个遗传算法的关键，是遗传算法搜索的依据。一般而言，适应度函数是有目标函数转换而成，在构造适应度函数时，要保证函数单值、连续、非负、最大化。在本文的模型中，应该把道路管理者的目标——损坏收益比作为适应度函数。

选择：又称复制(Reproduction)，是在群体中选择生命力强的个体产生新的群体的过程。遗传算法使用选择算子(又称为复制算子, Reproduction Operator)来对群体中的个体进行优胜劣汰操作。根据每个个体的适应度大小选择，适应度较

高的个体被遗传到下一代群体的概率较大,适应度较低的个体被遗传到下一代群体中的概率较小。这样可以使得群体中个体的适应度值不断接近最优值。选择操作建立在对个体的适应度进行评价的基础之上。选择操作的主要目的是为了避免有用遗传信息的丢失,提高全局收敛性和计算效率。选择算子确定的好坏,直接影响到遗传算法的计算结果。选择算子确定不当,会造成群体中相似度值相近的个体增加,使得子代个体与父代个体相近,导致进化停止不前,或使适应度值偏大的个体误导群体的发展方向,使遗传失去多样性,产生早熟问题。当采用收入损坏比作为适应度函数时,当某一收费方案 (x_1, x_2, \dots, x_n) 的收入损坏比较大时,该种收费方案就能以较大的选择概率到下一代种群中,反之,会因为较小的选择概率而淘汰。可以看出,选择操作过程体现了自然界的“优胜劣汰,适者生存”的原则。

交叉:在生物的自然进化过程中,两个同源染色体通过交配而重组,形成新的染色体,从而产生出新的个体或物种。交配重组是生物遗传和进化过程中的一个主要环节。模仿这个环节,遗传算法中使用交叉算子来产生新的个体。交叉(Crossover)又称重组(Recombination),是按较大的概率从群体中选择两个个体,交换两个个体的某个或某些位。交叉运算产生子代,子代继承了父代的基本特征。交叉算子的设计包括如何确定交叉位置和如何进行部分基因交换两个方面的内容。遗传算法中所谓的交叉运算,是指两个相互配对的染色体按某种方式相互交换其部分基因,从而形成两个新的个体。交叉运算是遗传算法区别于其他进化算法的重要特征,它在遗传算法中起着关键作用,是产生新个体的主要方法。遗传算法中。在交叉运算之前还必须先对群体中的个体进行配对,目前常用的配对算法策略是随机配对。交叉操作是在这些配对个体组中的两个个体之间进行的。例如:

交叉前的两种收费方案形式: (x_1, x_2, \dots, x_n) 、 $(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$;

交叉后的两种收费方案形式: (x_1, x'_2, \dots, x'_n) 、 (x'_1, x_2, \dots, x_n) ;

变异:在生物的遗传和自然进化过程中,其细胞分裂复制环节有可能会因为某些偶然因素的影响而产生一些复制差错,这样会导致生物的某些基因发生某种变异,从而产生出新的染色体,表现出新的生物性状。遗传算法模仿生物遗传和进化过程中的变异环节。变异(Mutation)是以较小的概率对个体编码串上的某个或某些位值进行改变,如二进制编码中0变为1,1变为0,进而生成新个体。在遗传算法中也引入了变异算子来产生新的个体。遗传算法中所谓的变异运算,是指将个体染色体编码串中的某些基因用其他等位基因来替换,从而形成一个新的个体。从遗传运算过程中产生新个体的能力方面来说,变异本身是一种随机算法,但与选择和交叉算子结合后,能够保证遗传算法的有效性。交叉运算是产生

新个体的主要方法，它决定了遗传算法的全局搜索能力；而变异运算只是产生新个体的辅助方法，但它也是必不可少的一个步骤，因为增加了遗传的多样性，决定了遗传算法的局部搜索能力。交叉算子与变异算子相互配合，共同完成对搜索空间的全局搜索和局部搜索，从而使得遗传算法能够以良好的搜索性完成最优化问题的寻优过程。例如：

变异前的两种收费方案形式： $(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ ；

变异后的两种收费方案形式： $(x_1, x_2, \dots, x'_i, \dots, x_n)$ ；

停止条件：一般可以取一定迭代次数作为停止条件，也可以当适应度函数值到达既定值时停止迭代。

5.2.3 算例

下面以第三章算例中的路网为例，如图 5.2，给出每条路径的成本函数及交通总需求函数，运用本文建立的双层规划模型来确定每条道路的收费标准。其中，路网参数及路径成本函数如下所示。

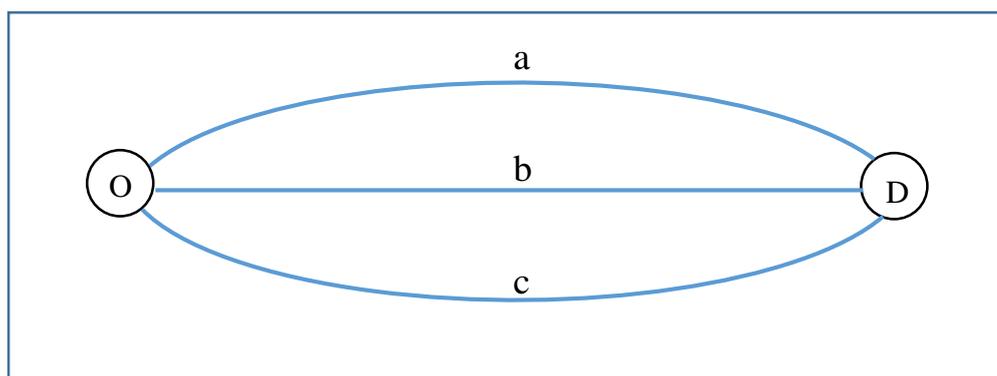


图 5.2 路网示意图

在该路网中，出发地（O）和目的地（D）之间有三个路段可供道路使用者选择，分别标记为路段 a、路段 b 和路段 c。路段的基本属性参数如下表 5.1。

表 5.1 路网的属性参数

路段	PCI_x	$h_i(cm)$	$l_{0_i}(mm)$	$ESAL_{0_i}$	m_i	s_i
a	90	15	25	800	1	10
b	80	9	35	800	1	10
c	95	15	25	800	1	10

在该路网中，各路段 a、路段 b 和路段 c 的出行成本分别为：

$$c_a = 0.2 \times [1 + 0.15 \times (\frac{v_a}{800})^4] + 0.5x_a \quad (5.5)$$

$$c_b = 0.2 \times [1 + 0.15 \times (\frac{v_b}{800})^4] + 0.5x_b \quad (5.6)$$

$$c_c = 0.2 \times [1 + 0.15 \times (\frac{v_c}{800})^4] + 0.5x_c \quad (5.7)$$

其中， v_a 、 v_b 、 v_c 分别表示路段 a、路段 b 和路段 c 上的交通量； x_a 、 x_b 、 x_c 分别表示路段 a、路段 b 和路段 c 上的收费标准。

考虑弹性需求，从出发地（O）到目的地（D）的交通需求总量是出行成本的函数。假定需求函数为指数形式，其数学表达式如下：

$$Q = 2000e^{-0.6\mu} \quad (5.8)$$

式中 μ 为路径的出行成本。

将上述的路网状况和交通状况代入到本文建立的双层规划模型中，其他主要参数，如收费标准的上下限、规划期年限以及遗传算法的相关参数，其具体取值如表 5.2 所示。

表 5.2 双层规划模型参数

参数名称	参数取值
收费标准上限	0.6（元/km）
收费标准下限	0（元/km）
规划期年限	5（年）
遗传算法种群规模	100
遗传算法复制率	0.8
遗传算法交叉率	0.2
遗传算法变异率	0.1
遗传算法迭代次数	200

运用 matlab 编程（详见附录 A）求解，可以得到模型最优解：

$$(x_a, x_b, x_c) = (0.57, 0.60, 0.54)$$

对应的各路段上的车辆荷载为：

$$(v_a, v_b, v_c) = (673, 9, 800)$$

此时收入损坏比为 4.88，其中日收益为 8210.1 元，路网损坏为 1681.0。在当前的收费标准中，一般是按统一的收费费率进行收费，为了分析本文建立的双

层规划模型优化结果, 分别对该路网中所有路段以 0.00 元/km、0.10 元/km、0.20 元/km、0.30 元/km、0.40 元/km、0.50 元/km 和 0.60 元/km 为统一的收费标准, 计算收入损坏比, 结果如表 5.3 所示。

表 5.3 不同收费方案的收益与路网损坏状况

序号	收费方案	车辆荷载分布	收入损坏比	日收益 (元)	路网损坏
1	(0.57,0.60,0.54)	(673,9,800)	4.88	8210.1	1681.0
2	(0.00,0.00,0.00)	(588,588,588)	0.00	0.0	1924.5
3	(0.10,0.10,0.10)	(571,571,571)	0.89	1713.0	1915.3
4	(0.20,0.20,0.20)	(555,555,555)	1.75	3330.0	1908.1
5	(0.30,0.30,0.30)	(538,538,538)	2.55	4842.0	1901.3
6	(0.40,0.40,0.40)	(523,523,523)	3.32	6276.0	1892.9
7	(0.50,0.50,0.50)	(507,507,507)	4.03	7605.0	1885.3
8	(0.60,0.60,0.60)	(493,493,493)	4.73	8874.0	1877.2

为了直观反映模型优化的求解结果, 将表 5.3 中的数据以图 5.3-5.5 表示。

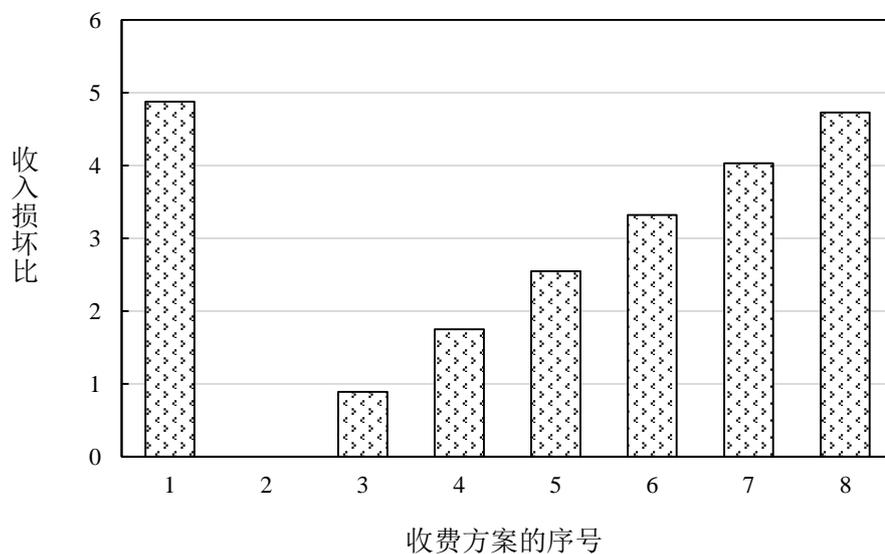


图 5.3 不同收费方案的收入损坏比对比图

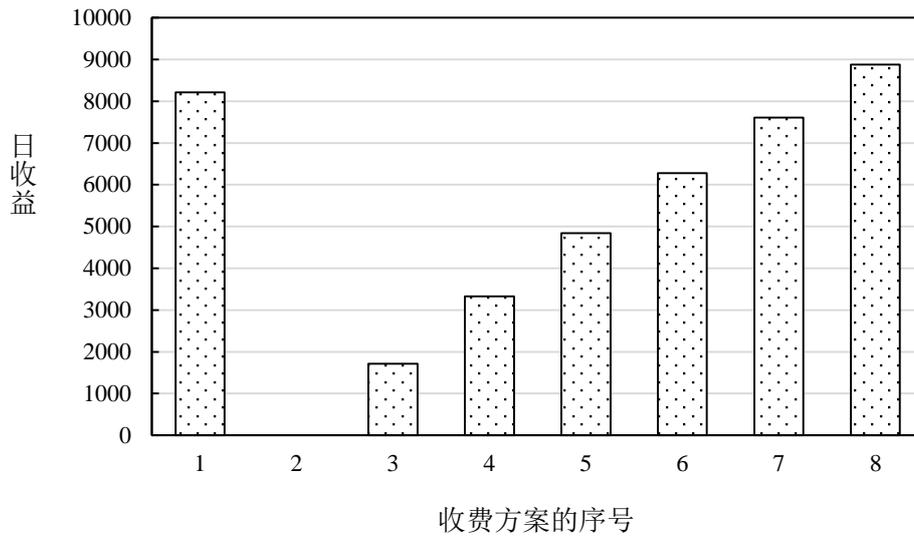


图 5.4 不同收费方案的日收益对比图

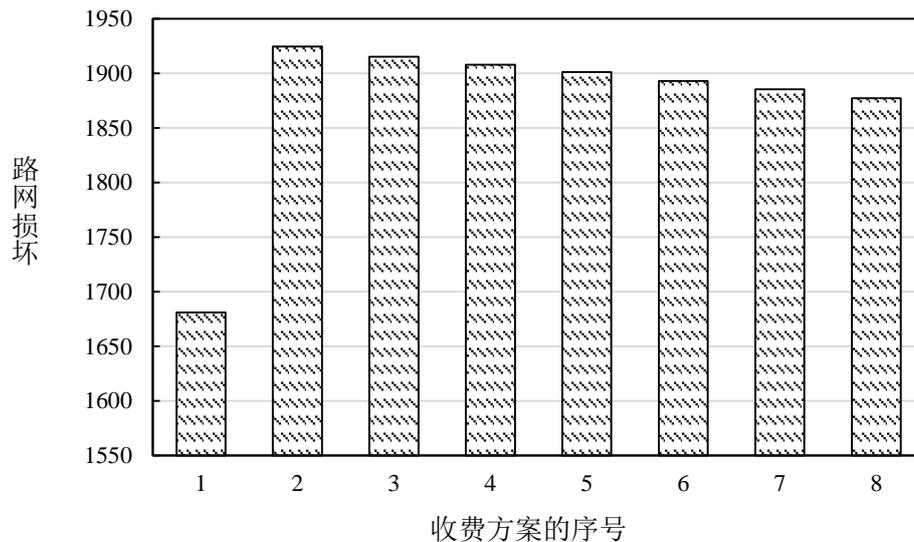


图 5.5 不同收费方案的路网损坏对比图

由图 5.3 可以看出，采用传统的统一费率收费方案（方案 2-8）时，收入损坏比与收费费率正相关，费率上限收费方案(方案 8)的收入损坏比最大，为 4.72。采用双层规划收费优化模型，解得最优收费方案（方案 1）对应的收入损坏比为 4.88，且最优收费方案的收费费率与方案 8 相比有所下降，表明最优解更易被管理者和使用者接受。

由图 5.4 和 5.5 可以看出，采用传统的统一费率收费方案（方案 2-8）时，随着收费费率的增加，管理者的日收益也将增大且路网损坏减小（主要因为荷载量

减少),但是路网损坏减少幅度不大(从方案2的1924.5下降到方案8的1877.2,下降约为2.5%)。采用双层规划收费优化模型后,虽然管理者的日收益较方案8减少(减少7.5%),但是路网损坏减少幅度更大(10.5%),收费方案对应的收入损坏比达到最大,验证了收费方案对路网损坏有明显的影响,管理者在制定收费方案时需要考虑这两者之间的关系。

从上可知,采用双层规划优化模型后,虽然路网的日收益较其他收费方案有所减少,但是路网损坏也会明显减少,收费方案对应的收入损坏比达到最大,也即高速公路管理部门以单位路网损坏为代价所获得的收益最大,故能够实现管理者的目标。同时,收费费率也低于费率上限,易被使用者接受。所以说,本文建立的面向养护的高速公路收费双层规划优化模型及算法是有效的,它能指导高速公路管理部门制定收费标准。

5.3 本章小结

本章在收费—荷载分配模型和路网损坏—荷载分配模型的基础上,将面向养护的高速公路收费优化双层规划概念模型转化为具体的数学形式。由于双层规划求解属于NP-hard问题,特别是下层模型是一个弹性需求用户均衡模型,故运用启发式算法——遗传算法对建立的双层规划模型进行求解,并通过一个算例对模型和算法进行检验。

第6章 结论与展望

6.1 主要研究成果

本研究的主要研究成果如下：

(1) 通过分析影响道路使用者出行路径选择的因素，确定了由出行时间和道路收费构成的出行成本函数，并考虑出行成本对出行需求的影响，以弹性需求下的用户均衡交通分配模型为基础，建立了收费—荷载分配模型，再通过数学推导证明了该模型与用户均衡条件之间的等效性以及模型解的唯一性，并通过改进F-W算法对模型进行求解。

(2) 借鉴路面管理系统中以路面性能指标的曲线下的面积表示路面维修效益的思想，提出了以初始路面性能指标值为上限和以路面性能指标曲线为下限所围成面积来定量描述路面损坏量的方法。依据同济大学路面使用性能衰变模型并运用积分等数学手段，建立了能够定量反映路网损坏与车辆荷载分配关系的路网损坏—荷载分配模型。

(3) 本文采用双层规划模型定量描述高速公路管理者和使用者的主从关系，其中，上层为高速公路管理者，通过收入损坏比来衡量高速公路管理的目标收益，下层则描述使用者在给定收费方案后的出行路径选择行为。同时，本文设计了遗传算法对该双层规划模型进行求解。

6.2 下一步工作

鉴于理论知识和实践水平有限，论文研究仍存在不足，这也为下一步开展相关工作提出了更高要求，具体如下所述：

(1) 在本文的研究中，假定路网中只存在理想标准车，即其对道路通行能力的车辆折算系数为1，同时对路面结构的损坏相当于一个标准轴载。在这种假设的前提下，交通分配与车辆荷载分配之间可以自由转化，两者是等价的，这是一种假想状况。在实践中还需求进行大量的调查，通过统计分析等手段，确定交通分配—车辆荷载分配系数比。

(2) 在本文双层规划模型建立过程中的，由于养护费用难于准确计算，故采用收入损坏比的概念来替代收费收入与养护费用之差作为管理者的目标，虽然收入损坏比在一定程度上能够表征管理者的效益，但是仍然存在不合理之处，使

得求解的最优解不是对管理者最理想的最优解。这是因为路面损坏与养护费用之间存在相关性，但不是简单的正向相关，损坏在时间和空间上不同分布都会影响养护费用。例如，同样是一单位的路面损坏，从 100 单位路面损坏到 99 单位路面损坏的养护费用与 10 单位路面损坏到 9 单位路面损坏的养护费用不相等；对一条道路上 10 单位损坏的养护费用与对 10 条损坏为 1 单位道路的养护费用也不相等。所以说用收入损坏比作为管理者的收益目标是不尽合理的，要想解决这个问题，还需对养护费用和路面损坏之间的关系作进一步研究和讨论。

致谢

本文是在尊敬的导师陈长老师精心指导下完成的，在论文的选题、开题、研究以及撰写的每一个环节中，无不得到导师的悉心指导和帮助。在我迷茫的时候，您不厌其烦为我梳理论文结构，给我指明了方向；在我取得一点成果的时候，您又给我极大的鼓励并督促我再接再厉。您渊博的学识、严谨的学术态度、创新的思维方式和敏锐的洞察力，使我受益匪浅，终生难忘。在此论文完成之际，谨向您致以最诚挚的谢意和崇高的敬意！

同时，感谢课题组孙立军教授、刘黎萍教授、杜豫川教授、涂辉招老师和邵敏华老师对我的指导和帮助，你们的博学让我开拓视野，你们的睿智让我深受启迪，你们的无私奉献让我成长。

感谢 Sungroup 大家庭的所有成员，你们在学习和生活上都给予了我莫大的帮助和支持，因为有你们，三年的研究生时光里，充满了欢声笑语，充满了友情的温暖。

最后要感谢我的父母和家人，感谢你们含辛茹苦地将我养大，感谢你们一直以来给予我的关爱、理解和支持！

伍洋洋

2016年6月

参考文献

- [1] 孙立军. 沥青路面结构行为学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2013
- [2] 尹良龙. 道路收费的政策与理论研究[D]. 同济大学博士学位论文, 1993
- [3] 刘伟铭. 道路收费系统的优化模型及算法[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003
- [4] 何胜学, 道路拥挤收费定价分析[J]. 上海理工大学学报, 2005(01): pp. 87-90.
- [5] Pigou, A.C., The Economics of Welfare [M]. 1920: MacMillan, London.
- [6] Knight, F.H., Some Fallacies in the Interpretation of Social Cost [J]. The Quarterly Journal of Economics, 1924. 38(4): pp. 582-606.
- [7] Wardrop, J.G., Some theoretical aspects of road traffic research [J]. Proceedings of Institution of Civil Engineers, Part2, 1952: pp. 325-378.
- [8] Walters A., The theory and measurement of private and social cost of highway congestion [J]. Econometrica, 1961. 29: pp. 676-699.
- [9] Beckmann, M., On optimal tolls for highways, tunnels and bridges. In: Vehicular Traffic Science (eds., Herman L. C. and Rothery R.) [J]. Elsevier, New York, 1965: pp. 331-341.
- [10] Vickrey, W.S., Congestion theory and transport investment [J]. American Economic Reviews, 1969. 59: pp. 251-261.
- [11] McDoland, J.F., d'Ouille, E.L., and Liu, L.N., Economics of Urban Highway Congestion and Pricing. 1999: Kluwer Academic Publishers.
- [12] Verhoef, E.T., The Economics of Regulating Road Transport. 1996: Cheltenham, U.K.
- [13] Yang, H. and Bell, M.G.H., Traffic restraint, road pricing and network equilibrium [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 1997. 31(4): pp. 303-314.
- [14] Yang, H. and Huang, Principle of marginal-cost pricing: how does it work in a general road network? [J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 1998. 32(1): pp. 45-54.
- [15] Lo, H. and Hickman, M., Toward an Evaluation Framework for Road Pricing [J]. Journal of Transportation Engineering, 1997. 123(4): pp. 316-324.
- [16] Yang, H., System Optimum, Stochastic User Equilibrium, and Optimal Link Tolls [J]. Transportation Science, 1999. 33(4): pp. 354-360.
- [17] Yang, H. and Verhoef, E., Guest Editorial: Road Pricing Problems: Recent Methodological Advances [J]. Networks and Spatial Economics, 2004. 4(2): pp. 131-133.
- [18] Yang, H. and Huang, H.J., Mathematical and Economic theory of Road Pricing [M]. 2005: Elsevier.
- [19] Zhang, X. and Yang, H., The optimal cordon-based network congestion pricing problem [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2004. 38(6): pp. 517-537.
- [20] Zhang, H.M. and Ge, Y.E., Modeling variable demand equilibrium under second-best road pricing [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2004. 38(8): pp. 733-749.
- [21] Yang, H. and Meng, Q., Departure time, route choice and congestion toll in a queuing network with elastic demand [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 1998. 32(4): pp. 247-260.

- [22] Santos, G., Urban congestion charging-a second-best alternative [J]. *Journal of Transport Economics and Policy*, 2004(38): pp. 345-369.
- [23] Yang, H. and Lam, Optimal road tolls under conditions of queueing and congestion [J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 1996. 30(5): pp. 319-332.
- [24] Yang, H. and Huang, H.J, Analysis of the time-varying pricing of a bottleneck with elastic demand using optimal control theory [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1997. 31(6): pp. 425-440.
- [25] Yang, H. and Zhang, X., Multiclass Network Toll Design Problem with Social and Spatial Equity Constraints [J]. *Journal of Transportation Engineering*, 2002. 128(5): pp. 420-428.
- [26] Meng, Q., Liu, Z., and Wang, S., Optimal distance tolls under congestion pricing and continuously distributed value of time [J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2012. 48(5): pp. 937-957.
- [27] Zhang, X., Yang, H., and Huang, H.-J., Multiclass multicriteria mixed equilibrium on networks and uniform link tolls for system optimum [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008. 189(1): pp. 146-158.
- [28] Sumalee, A. and Xu, W., First-best marginal cost toll for a traffic network with stochastic demand [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2011. 45(1): pp. 41-59.
- [29] Yang, H., Xu, W., He, B.-s., and Meng, Q., Road pricing for congestion control with unknown demand and cost functions [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2010. 18(2): pp. 157-175.
- [30] Xiao, F., Yang, H., and Han, D., Competition and efficiency of private toll roads [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2007. 41(3): pp. 292-308.
- [31] Zhang, X., Zhang, H.M., Huang, H.-J., Sun, L., and Tang, T.-Q., Competitive, cooperative and Stackelberg congestion pricing for multiple regions in transportation networks [J]. *Transportmetrica*, 2011. 7(4): pp. 297-320.
- [32] 程琳, 王炜, 邵昀泓. 社会剩余最大化条件下的道路拥挤收费研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2003(02): pp. 47-56.
- [33] 李友好, 施其洲. 交通拥挤收费理论与实践进展[J]. *价格理论与实践*, 2004(09): pp. 29-30.
- [34] 许高磊, 万涛. 道路拥挤收费理论与城市交通可持续发展[J]. *山西科技*, 2004 (6): 76-77.
- [35] 黄绪明. 道路收费政策下的博弈分析[J]. *鄂州大学学报*, 2005, 12(6): 42-45.
- [36] 何胜学. 道路拥挤收费定价分析[J]. *上海理工大学学报*, 2005, 27(1): 87-90.
- [37] 罗清玉, 隗志才, 孙宝凤, 贾洪飞. 城市交通拥挤外部成本衡量方法研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2007(05): pp. 9-12.
- [38] 王喜文, 赵胜川. 世界主要城市交通拥挤收费概述[J]. *中国科技论文在线*, 2008(10): pp. 746-750.
- [39] 隗志才, 罗清玉, 傅忠宁, 贾洪飞. 拥挤收费对城市道路资源配置公平性的影响研究[J]. *交通运输系统工程与信息*. 2008(01): pp. 74-79.
- [40] 詹燕. 收费公路交通量分担模型建立与分析[J], *公路交通科技*, 2001.32(4): p. 16-24.
- [41] 龙涌, 蒋葛夫, 冯云才. 高速公路收费标准制定方法探讨[J]. *西南交通大学学报*, 2001. 36(4): p. 421-424.
- [42] 荣文竽, 陈若云. 高速公路收费标准制定方法探讨[J]. *山西交通科技*, 2003. S1: pp. 60-62.

- [43] 贺向阳. 我国收费公路合理费率模型研究[D]. 武汉: 武汉理工大学,2007.
- [44] 孙楚文. 高速公路收费定价问题研究[D]. 广州: 暨南大学,2007.
- [45] 张丽娟. 我国高速公路收费存在的问题及应对策略[J]. 价格理论与实践, 2008(12): pp. 28-29.
- [46] 永梅. 收费公路通行费价格管制研究[D]. 西安: 长安大学, 2010
- [47] 姜山. 基于 stackelberg 对策的高速公路路网收费标准的研究[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2003
- [48] 曹光前, 石勇民. 高速公路收费标准分析方法研究[D]. 西安公路交通大学学报, 1999. 19(4): pp. 73-75.
- [49] 徐瑗瑗, 李铁柱. 高速公路收费标准的动态调整分析[J]. 交通科技与经济, 2004: pp. 7-9.
- [50] Vicente L.N, Calamai P.H. Bilevel and multilevel programming: A bibliography review [J]. Journal of Global optimization, 1994, 5(3): 291-306.
- [51] 王广民, 万仲平, 王先甲. 二 (双) 层规划综述[J]. 数学进展, 2007, 36(5): 513-529.
- [52] 刘安, 杨佩昆. 混合交通均衡配流模型及其算法的研究[J]. 公路交通科技, 1996, 13(3): 21-28.
- [53] 周溪召, 阴志强. 多模式变需求网络随机平衡模型[J]. 系统工程理论方法应用, 2002, 11(1): 25-31.
- [54] 李志纯, 黄海军. 弹性需求下的组合出行模型与求解算法[J]. 中国公路学报, 2005, 18(3): 94-98.
- [55] 刘伟铭, 姜山, 付凌峰. 多车型高速公路离散平衡网络设计的双层规划模型[J]. 中国公路学报, 2008, 21(1): 94-99.
- [56] Bechmann M., Mcguire C.B. and Winsten C.B., Studies in the Economics of Transportation, Yale University Press, 1956
- [57] 黄海军. 城市交通网络平衡分析---理论与实践[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006
- [58] 张建嵩. 收费的优化设计与实施对策[D]. 上海: 同济大学, 2004
- [59] 孟梦. 组合出行模式下城市交通流分配模型与算法[D]. 北京: 北京交通大学, 2013
- [60] Bureau of Public Road, Traffic Assignment Manual.U.S.Department of commerce [J], Urban Planning Division, Washington D.C,1964
- [61] Zong F, Juan Z, Zhang H, et al. Calculation and application of value of travel time[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2009, 9(3): 114-119.
- [62] 孙立军. 道路与机场设施管理学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2010
- [63] 陈长. 交通基础设施管理系统技术结构研究[D]. 上海: 同济大学
- [64] 孙立军, 刘喜平. 路面使用性能的标准衰变方程[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 1995, 23(5): 512-518.
- [65] Kenneth D.K. Pavement Network Maintenance Optimization Considering Multidimensional Condition Data [J]. Journal of infrastructure systems, 2012,18(4)
- [66] 彭华, 陈长, 孙立军. 网级路面管理系统中项目优化模型的双层优化[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(3): 380-385.
- [67] 周和平, 晏克非, 徐汝华, 等. 基于遗传算法的公路网络设计的双层优化模型[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2005, 33(7): 920-925.
- [68] 聂伟, 邵春福, 杨励雅, 等. 混合交通网络设计的双层模型及遗传算法求解[J]. 土木工程学报, 2007, 40(8): 90-93.

附录 A 模型求解 matlab 程序

% 1 遗传算法主程序

```
function TOP10=ga(popsize,generation,mscale,cscale)
global a1 b1 c1 a2 b2 c2 a3 b3 c3 a4 b4 c4 ha hb hc la lb lc sa sb sc d1 pcia pcib pcic pci0 T t1 t2
t3 % 定义全局变量
a1=15.7238; b1=0.5861; c1=-0.2064; a2=119.66; b2=-0.1124; c2=-0.1053;
a3=1.5247; b3=-0.1016; c3=-0.0986; a4=0.6536; b4=0.3349; c4=-0.0255;
ha=15; hb=9; hc=15; la=25; lb=35; lc=25; sa=10; sb=10; sc=10;d1=-0.0981;
pcia=90; pcib=80; pcic=95; pci0=98; T=5; t1=0.6; t2=0.6; t3=0.6; %全局变量赋值
%-----初始化, 获得初始种群
zq=zeros(popsize,3);
mb=zeros(popsize,1);
for i=1:popsize
    zq(i,1)=floor(t1*rand*100)/100;
    zq(i,2)=floor(t2*rand*100)/100;
    zq(i,3)=floor(t3*rand*100)/100;
    mb(i,1)=mbz(zq(i,1),zq(i,2),zq(i,3));
end
com=[zq,mb];
TOP10=com(1:10,:);
%-----交叉变异轮盘赌
for i=1:generation
    %-----交叉-----
    for cs=1:popsize*cscale
        ma=randi([1,popsize]);
        pa=randi([1,popsize]);
        while ma==pa
            pa=randi([1,popsize]);
        end
        zq1=jc(zq(ma,:),zq(pa,:));
        mb1=mbz(zq1(1,1),zq1(1,2),zq1(1,3));
        zq=[zq;zq1]; mb=[mb;mb1];
        for m=1:10
            if mb1>=TOP10(m,4)
                TOP10(m,:)=[zq1,mb1];
                break
            else
                end
        end
    end
    %-----变异-----
    for ms=1:popsize
        a=rand;
        if a<=mscale
            zq(ms,:)=by(zq(ms,:));
            mb(ms,1)=mbz(zq(ms,1),zq(ms,2),zq(ms,3));
            for m=1:10
                if mb(ms,1)>=TOP10(m,4)
                    TOP10(m,:)=[zq(ms,:),mb(ms,1)];
                    break
                else
            end
        end
    end
end
```

```

                end
            end
        end
    end
    %-----选择下一代-----
    com=[zq,mb];
    win =lpd(com,popsize,cscale);
    win1=[TOP10;win];
    %-----调整下一代-----
    zq=win1(1:popsize,1:3);
    mb=win1(1:popsize,4);
end

% 2 车辆荷载分配
function [esala esalb esalc]=assign(p1,p2,p3)
syms lambda
tt=[0 0 0]; xx=[0 0 0];
syms lambda
tt=[0 0 0]; xx=[0 0 0];
c1=0.2*(1+0.15*(xx(1,1)/800)^4)+0.5*p1;
c2=0.2*(1+0.15*(xx(1,2)/800)^4)+0.5*p2;
c3=0.2*(1+0.15*(xx(1,3)/800)^4)+0.5*p3;
Q=2000*exp((-0.6)*min([c1,c2,c3]));
N=50; %迭代次数, 本例设置最大迭代次数.
tt(1,1)=c1; tt(1,2)=c2; tt(1,3)=c3;
y=[0 0 0]; % 置初值
Min = 10;
    for j=1:3
        if tt(1,j)<Min %计算最小出行
            成本路径, 用全有全无法分配荷载量
                Min=tt(1,j);
                index=j;
        end
    end
end

```

```

if index ==1
    xx(1,1)=Q;
elseif index==2
    xx(1,2)=Q;
else
    xx(1,3)=Q;
end
for i =1:N
    y = [0 0 0];
    c1=0.2*(1+0.15*(xx(1,1)/800)^4)+0.5*p1;
    c2=0.2*(1+0.15*(xx(1,2)/800)^4)+0.5*p2;
    c3=0.2*(1+0.15*(xx(1,3)/800)^4)+0.5*p3;
    Q=2000*exp((-0.6)*min([c1,c2,c3]));
    tt(1,1)=c1; tt(1,2)=c2; tt(1,3)=c3;
    Min=10;
        for j=1:3
            if tt(1,j)<Min %计算最小
                出行成本路径, 用全有全无法分配荷载量
                    Min=tt(1,j);
                    index=j;
            end
        end
    if index==1
        y(1,1)=Q;
    elseif index==2
        y(1,2)=Q;
    else
        y(1,3)=Q;
    end % 分配流量给辅助荷载量
    zz=xx+lambda*(y-xx); % 按方向 (y-xx) 进行
    一维搜索, 步长为 lambda
    c1=0.2*(1+0.15*(xx(1,1)/800)^4)+0.5*p1;
    c2=0.2*(1+0.15*(xx(1,2)/800)^4)+0.5*p2;
    c3=0.2*(1+0.15*(xx(1,3)/800)^4)+0.5*p3;

```

```

Q=2000*exp((-0.6)*min([c1,c2,c3]);
f=(y(1,1)-xx(1,1))*c1 + (y(1,2)-xx(1,2))*c2 +
(y(1,3) -xx(1,3))* c3;
lambda1=double(solve(f)); %求解方程，确
定步长。
k=length(lambda1); % 如步长 lambda1 的解不
唯一，取实数，且大于 0 小于 1；
    if k==1
        lambda2=lambda1;
    else
        for m=1:k
            if lambda1(m,1)> 0 &&
lambda1(m,1)< 1 && isreal(lambda1(m,1))
                lambda2 =lambda1(m,1);
            end
        end
    end
xx=xx+lambda2*(y - xx ); % 得到下一步的流
量值，且进行下一次迭代
end
[esala esalb esalc]=xx;

% 3 目标值求解
function mb=mbz(ta,tb,tc)
global a1 b1 c1 a2 b2 c2 a3 b3 c3 a4 b4 c4
ha hb hc sa sb sc d1 T pcia pcib pcic pci0
[esala esalb esalc]=assign(ta,tb,tc);
zmda=round(a1*ha^b1*esala^c1*100)/100;
na=round(100*a2*ha^b2*esala^c2)/100;
ipsa=round(100*a3*ha^b3*esala^c3)/100;
betai=round(100*a4*ha^b4*esala^c4*1a^d1)/1
00;
alfa=round(100*zmda*(1-exp(-
(na/1a)^ipsa)))/100;
ya=round(100*alfa/log(pci0/(pci0-
pcia))^(1/betai))/100;
zmdb=round(100*a1*hb^b1*esalb^c1)/100;
nb=round(100*a2*hb^b2*esalb^c2)/100;
ipsb=round(100*a3*hb^b3*esalb^c3)/100;
betbj=round(100*a4*hb^b4*esalb^c4*1b^d1)/
100;
alfb=round(100*zmdb*(1-exp(-
(nb/lb)^ipsb)))/100;
yb=round(100*alfb/log(pci0/(pci0-
pcib))^(1/betbj))/100;
zmdc=round(100*a1*hc^b1*esalc^c1)/100;
nc=round(100*a2*hc^b2*esalc^c2)/100;
ipsc=round(100*a3*hc^b3*esalc^c3)/100;
betbk=round(100*a4*hc^b4*esalc^c4*1c^d1)/
100;
alfc=round(100*zmdc*(1-exp(-
(nc/lc)^ipsc)))/100;
yc=round(100*alfc/log(pci0/(pci0-
pcic))^(1/betbk))/100;

syms y
mb1=pcia-pci0*(1-exp(-(alfa/y)^betai));
mb2=pcib-pci0*(1-exp(-(alfb/y)^betbj));
mb3=pcic-pci0*(1-exp(-(alfc/y)^betbk));
mb4=sa*int(mb1,y,ya,ya+T)+sb*int(mb2,y,yb
,yb+T)+sc*int(mb3,y,yc,yc+T);
mb=(ta*esala*sa+tb*esalb*sb+tc*esalc*sc)/m
b4;
mb=subs(mb,'ta,tb,tc',[ta,tb,tc]);

% 4 交叉过程
function c=jc(a,b)

```

```

global t1 t2 t3
j=rand;
c=floor((a*rand+b*(1-rand))*100)/100;

if c(1)>t1 || c(1)<0
    c(1)=a(1);
end
if c(2)>t2 || c(2)<0
    c(2)=a(2);
end
if c(3)>t3 || c(3)<0
    c(3)=a(3);
end

% 5 变异过程
function c=by(a)
global t1 t2 t3

c=zeros(1,3);
c(1)=a(1)+randi([-2,2])*0.01;
c(2)=a(2)+randi([-2,2])*0.01;
c(3)=a(3)+randi([-2,2])*0.01;

if c(1)>t1 || c(1)<0
    c(1)=a(1);
end
if c(2)>t2 || c(2)<0
    c(2)=a(2);
end
if c(3)>t3 || c(3)<0
    c(3)=a(3);
end

%6 选择过程
function win=lpd(com,popsize,cscale)
l=size(com,2);
V=com(:,l);
a=0.8*min(V);

V1=V-a;
V2=cumsum(V1)/sum(V1);
b=popsize;
c=popsize*(1+cscale);
P=rand(1,b);
Q=zeros(1,c);

for i=1:b
    for j=1:c
        if P(i)<V2(j)
            Q(i)=j;
            break
        end
    end
end
for s=1:popsize
    if (Q(s)==0)==0
        win(s,:)=com(Q(s),:);
    else
        d=round(c);
        win(s,:)=com(d,:);
    end
end
end

```

个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

个人简历:

伍洋洋, 男, 1991 年 12 月生。

2013 年 7 月毕业于同济大学, 工程管理专业, 获学士学位。

2013 年 9 月入同济大学读硕士研究生至今, 交通运输工程专业。

已发表论文:

[1] Z. Chen, Y. Wu, L. Li, and L. Sun, "Bayesian approach for the intelligence of a transportation infrastructure management system," in Proceedings of the 15th COTA International Conference of Transportation Professionals (CICTP '15), pp. 376–385, Beijing, China, July 2015.

[2] Z. Chen, Y. Wu, L. Li, and L. Sun, "Application of Artificial Intelligence for Bridge Deterioration Model," The Scientific World Journal [J], Volume 2015, Article ID 743643, 6 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2015/743643>

参与科研项目:

[1] 2013.9-2015.9, 上海市城市道路路面技术状况分析报告, 参与者, 数据处理、报告撰写;

[2] 2014.3-2015.6, 普通山区公路御灾可靠度评估技术项目, 参与者, 实地调研;

[3] 2014.3-2015.12, 资源节约型环境友好公路网规划评价体系项目, 核心参与者, 指标体系建立、报告撰写;

[4] 2015.1-2015.12, 高速公路回报机制研究, 核心参与者, 构建回报机制模型、报告撰写;